

国士舘大学 工学部 正 菊田 征勇
 東京電機大学 理工学部 正 松井 邦人
 東洋大学 工学部 正 新延 泰生

1. はじめに

動的な外力を受ける構造物の最適化について著者等は、一昨年来研究を行っており、動的な外力のもとで最適化された構造物が、静的な外力のもとで最適化されたものとどのように相違するか検討している。本報告では、種々の振動数に対して最適化された構造物の構造特性が、振動数によりどのように変化するかを述べるものである。

2. 動的最適化問題

$$\text{目的関数} \quad \phi = \sum_{i=1}^n \delta b_i l_i \quad (1)$$

$$\text{運動方程式} \quad M(b) \ddot{z} + C(b) \dot{z} + K(b) z = Q(t) \quad (2)$$

$$z(0) = a_1, \quad \dot{z}(0) = a_2 \quad (3)$$

$$\text{拘束条件} \quad \phi_i = \int_0^T \hat{\sigma}_i^2 dt = 0 \quad (4)$$

ただし

$$\text{圧縮: } \hat{\sigma}_i = \sigma_i - \sigma_{ica}, \quad \sigma_i \geq \sigma_{ica} = \min\{\sigma_{ica}, \sigma_{icr}\} \\ \hat{\sigma}_i = 0, \quad \sigma_i < \sigma_{ica} \quad (5)$$

$$\text{引張: } \hat{\sigma}_i = \sigma_i - \sigma_{ita}, \quad \sigma_i \geq \sigma_{ita} \\ \hat{\sigma}_i = 0, \quad \sigma_i < \sigma_{ita}$$

$$\phi_i = b_i - b_{iu} \leq 0 \quad (6)$$

$$\phi_i = b_{il} - b_i \leq 0 \quad (7)$$

ここに、

$$b = [b_1, b_2, \dots, b_m]^T: \text{設計変数}$$

$$z = [z_1(t), z_2(t), \dots, z_n(t)]^T: \text{状態変数}$$

$M(b)$: $n \times n$ 質量マトリックス

$C(b)$: $n \times n$ 減衰マトリックス

$K(b)$: $n \times n$ 剛性マトリックス

$Q(t)$: $n \times 1$ 外力ベクトル

a_1, a_2 : $n \times 1$ 初期値ベクトル

T : 時間の上限值

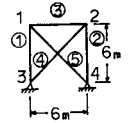
$\sigma_{ica}, \sigma_{ita}, \sigma_{icr}$: i 番目の部材の許容圧縮応力度, 許容引張応力度, オイラー座屈応力度

b_{il}, b_{iu} : i 番目の部材の断面の上, 下 限値

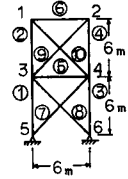
3. 数値計算例

Fig. 1 に示す 1 層, 2 層, 3 層のトラス構造を取り上げる。それぞれのトラスの各部材は同一材料で構成されており、その単位体積重量 γ は 0.00785 kgf/cm^3 で、ヤング係数 E は $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ である。動的な外力としては $P(t) = 20 \sin 2\pi f t$ の力を節点 2 に水平に作用させた。外力の振動数 f を 0 より順次増加させた場合 (Case 1) およびある値から順次減少させた場合 (Case 2) に対して上記のトラスの最小重量設計を行った。なお、 $f=0$ の場合は静的荷重状態であり、節点 2 に互いに逆向きの大きき 20 tf の水平荷重群を加えた。これは動的荷重状態と比較するためのものである。

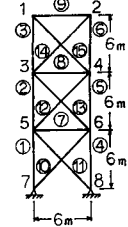
Table 1~b は、各々の f に対して得られた最適状態での、全体の重量に対



(a) One story truss



(b) Two story truss



(c) Three story truss

Fig. 1

Table 1 One Story Truss (Case 1)

External Frequency Hz	Member Weight / COST					COST kgf
	1	2	3	4	5	
0	0.111	0.152	0.111	0.362	0.264	466
8	0.116	0.152	0.107	0.353	0.266	494
16	0.121	0.152	0.103	0.358	0.266	528
24	0.123	0.156	0.096	0.349	0.276	583
32	0.129	0.153	0.096	0.342	0.288	613
36	0.138	0.159	0.085	0.339	0.287	677
40	0.132	0.161	0.082	0.341	0.284	724
44	0.133	0.171	0.077	0.339	0.288	772
48	0.137	0.179	0.071	0.334	0.279	868
52	0.139	0.205	0.063	0.329	0.264	984
56	0.134	0.224	0.058	0.355	0.237	1161
60	0.128	0.249	0.039	0.393	0.199	1464
64	0.104	0.275	0.028	0.434	0.159	1986
68	0.095	0.293	0.017	0.453	0.142	3253

Table 2 One Story Truss (Case 2)

External Frequency Hz	Member Weight / COST					COST kgf
	1	2	3	4	5	
00	0.142	0.128	0.206	0.258	0.274	883
76	0.139	0.122	0.238	0.241	0.268	955
72	0.134	0.124	0.244	0.246	0.252	948
68	0.132	0.115	0.288	0.224	0.249	1021
64	0.123	0.112	0.314	0.228	0.231	1117
60	0.112	0.099	0.369	0.202	0.218	1189
56	0.102	0.090	0.426	0.183	0.199	1274
52	0.098	0.087	0.467	0.176	0.188	1436
48	0.092	0.074	0.527	0.151	0.166	1566
44	0.086	0.065	0.591	0.139	0.139	1732
40	0.087	0.056	0.647	0.120	0.120	1996
36	0.047	0.047	0.706	0.102	0.099	2349
32	0.039	0.039	0.754	0.085	0.083	2869
28	0.030	0.029	0.811	0.066	0.064	3572

Table 3 Two Story Truss (Case 1)

External Frequency Hz	Member Weight / COST										COST kgf
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	0.110	0.055	0.105	0.060	0.010	0.055	0.130	0.157	0.163	0.131	1000
4	0.114	0.055	0.105	0.060	0.016	0.051	0.141	0.162	0.159	0.129	1074
8	0.125	0.054	0.111	0.065	0.014	0.040	0.141	0.164	0.152	0.126	1179
12	0.131	0.054	0.127	0.060	0.019	0.044	0.155	0.147	0.150	0.113	1257
16	0.146	0.049	0.135	0.063	0.011	0.039	0.137	0.165	0.133	0.121	1462
20	0.155	0.049	0.145	0.058	0.012	0.034	0.146	0.159	0.129	0.113	1720
24	0.172	0.040	0.150	0.054	0.010	0.027	0.130	0.166	0.122	0.105	2091
28	0.186	0.041	0.166	0.054	0.009	0.022	0.142	0.179	0.109	0.092	2603
32	0.190	0.032	0.196	0.052	0.011	0.015	0.143	0.201	0.092	0.070	3511
36	0.200	0.026	0.189	0.044	0.004	0.011	0.150	0.221	0.075	0.054	5031

Table 4 Two Story Truss (Case 2)

External Frequency Hz	Member Weight / COST										COST kgf
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
0	0.085	0.071	0.087	0.065	0.010	0.050	0.183	0.177	0.111	0.105	1067
50	0.093	0.047	0.101	0.045	0.007	0.220	0.145	0.147	0.095	0.094	1171
40	0.101	0.050	0.101	0.040	0.010	0.195	0.142	0.140	0.102	0.103	1410
36	0.085	0.046	0.087	0.045	0.005	0.287	0.130	0.126	0.092	0.096	1450
32	0.087	0.044	0.080	0.043	0.002	0.292	0.119	0.118	0.093	0.094	1814
28	0.071	0.055	0.074	0.042	0.004	0.342	0.091	0.089	0.112	0.120	2229
26	0.066	0.060	0.067	0.046	0.003	0.339	0.082	0.082	0.124	0.131	2597
24	0.060	0.065	0.062	0.049	0.006	0.327	0.075	0.072	0.130	0.146	3049
20	0.042	0.075	0.042	0.057	0.015	0.320	0.051	0.052	0.172	0.174	4334
16	0.010	0.093	0.010	0.080	0.019	0.309	0.026	0.029	0.203	0.205	6407

する各部材の重量比を表わす。

Fig.2は構造物の最小重量(COST)と f との関係を示し、

Fig.3は最適構造の1次の固有振動数 f_{01} と f との関係を示す。

4 考察

1) 動的外力を受けるトラス構造の最小重量設計は、外力の振動数 f の影響を大きく受ける。Case1, Case2共に、COSTは増加する。

2) ある範囲の f に対して、最小重量設計は2つ存在し、その内1つはlocalな解である。

3) 最適トラス構造の1次の固有振動数 f_{01} は、Case1の場合 $f_{01} > f$ で構造物は剛なものとなり、Case2の場合 $f_{01} < f$ で構造物は柔なものとなる。

なお2次の固有振動数はCase1, 2とも、 f よりも高い。

参考文献

奥村, 菊田, 松井, 新延, 山本: 動的外力の振動数が構造物の最適化に及ぼす影響について, 第31回応用力学連合講演会講演論文抄録集, D59, 1981-11.

Table 5 Three Story Truss (Case 1)

External Frequency Hz	Member Weight / COST															COST kgf
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
0	0.101	0.065	0.034	0.104	0.064	0.041	0.005	0.013	0.034	0.093	0.006	0.006	0.004	0.009	0.000	1543
4	0.113	0.069	0.031	0.117	0.064	0.039	0.006	0.010	0.029	0.093	0.009	0.002	0.004	0.000	0.076	1905
8	0.126	0.071	0.029	0.120	0.065	0.034	0.006	0.009	0.025	0.097	0.000	0.004	0.000	0.002	0.066	2205
12	0.142	0.076	0.026	0.146	0.072	0.030	0.004	0.000	0.015	0.092	0.001	0.000	0.004	0.070	0.050	2976
16	0.156	0.079	0.022	0.163	0.073	0.026	0.004	0.005	0.014	0.110	0.000	0.071	0.000	0.059	0.050	4007
20	0.156	0.076	0.016	0.167	0.067	0.021	0.002	0.004	0.009	0.145	0.116	0.060	0.000	0.044	0.037	6223

Table 6 Three Story Truss (Case 2)

External Frequency Hz	Member Weight / COST															COST kgf
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
40	0.061	0.052	0.053	0.050	0.057	0.043	0.000	0.012	0.050	0.119	0.122	0.005	0.076	0.103	0.092	1700
36	0.067	0.050	0.053	0.067	0.049	0.042	0.010	0.010	0.064	0.121	0.114	0.006	0.079	0.090	0.090	1695
32	0.076	0.044	0.059	0.074	0.050	0.044	0.006	0.009	0.069	0.114	0.112	0.006	0.082	0.090	0.085	1800
28	0.084	0.040	0.052	0.083	0.040	0.043	0.005	0.006	0.064	0.109	0.104	0.007	0.084	0.082	0.081	1896
24	0.073	0.043	0.050	0.073	0.043	0.050	0.003	0.004	0.122	0.089	0.090	0.076	0.075	0.104	0.097	2115
20	0.071	0.034	0.070	0.069	0.037	0.064	0.004	0.003	0.145	0.061	0.074	0.059	0.063	0.123	0.123	2722
16	0.059	0.027	0.081	0.050	0.030	0.077	0.003	0.002	0.170	0.047	0.056	0.046	0.050	0.147	0.147	3500
12	0.030	0.019	0.099	0.037	0.020	0.096	0.001	0.001	0.196	0.031	0.035	0.030	0.033	0.102	0.102	5479

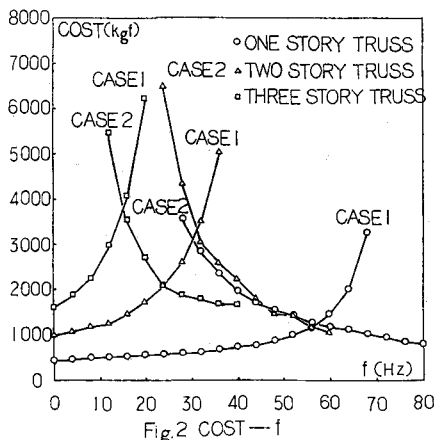


Fig.2 COST—f

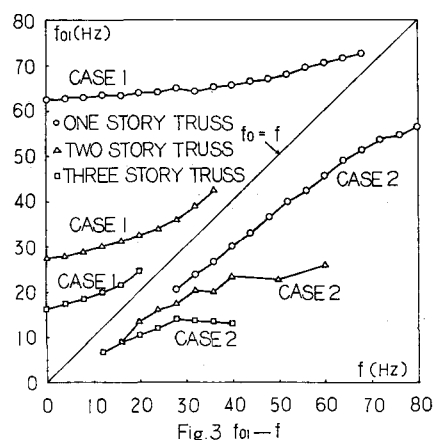


Fig.3 f01—f