

東京電機大 正 松井 邦人
 芝浦工大 正 山本 一之
 国士館大 正 菊田 征男

1. はじめに

大地に建造されるいる構造物は、色々な種類の荷重を受け、その入力方向はかならずしも定っていない。ここでは外力が複数の節点に作用し、それ等の方向は互いに依存せず、独自に変動し得るという条件のもとでの最適設計の一手法を提示する。このような条件の下での設計は十分に熟練した技術者の経験的、或いは直感的な判断によって行われることが多い。それに反しここで述べられている方法は、理論的、科学的であり、未熟な技術者にも合理的な設計を可能ならしめるものである。

2. 問題の定義

荷重方向の変動による最悪状態を考慮した最適化問題は次のように定義される。ここでは簡単にするため、目的関数を構造物の重量と考えて定式化する。

$$\text{目的関数} \quad \phi_0(b) \quad (1)$$

$$\text{剛性方程式} \quad K(b)z = Q(\alpha) \quad (2)$$

$$\text{拘束条件} \quad \max_{\alpha \in A} \phi_j(z, b, \alpha) \leq 0, \quad (j=1, 2, \dots, p_1) \quad (3)$$

$$\phi_j(b) \leq 0 \quad (j=p_1+1, \dots, p_2) \quad (4)$$

$$A = \{\alpha \mid g_k(\alpha) \leq 0, \quad k=1, 2, \dots, g\} \quad (5)$$

$b = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}^T$: 設計変数, $z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}^T$: 状態変数, K : $n \times n$ 剛性マトリックス, Q : $n \times 1$ 外力ベクトル, $\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_g\}^T$: 環境変数である。式(3)は応力・変位に関する拘束条件、式(4)は設計変数の上限・下限等を示す拘束条件である。また式(5)はここでは外力の変動域を示している。

今節点 l に外力 P_l が作用し、その時の各節点の変位を $z^l = \{z_1^l, z_2^l, \dots, z_n^l\}^T$ とする。また全体座標系において x, y, z 軸方向に単位荷重が作用している時、各節点の変位を $\tilde{z}_1^{(l)}, \tilde{z}_2^{(l)}, \tilde{z}_3^{(l)}$ とすると

$$z^l = P_l \tilde{z}_1^{(l)} \cos \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + P_l \tilde{z}_2^{(l)} \sin \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + P_l \tilde{z}_3^{(l)} \cos \alpha_2^l \quad (6)$$

の関係がある。更に複数の節点に外力が作用している時、全ての外力による変位 z は

$$z = \sum_{l=1}^r z^l \quad (7)$$

となる。ただし r は外力が作用している節点数である。式(3)は一般に次のように表わせる。

$$\text{式(3)} = \sum_{l=1}^r \max_{\alpha \in A} \{ f_{i1}^l \cos \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + f_{i2}^l \sin \alpha_1^l \sin \alpha_2^l + f_{i3}^l \cos \alpha_2^l \} - 1.0 \leq 0. \quad (8)$$

$f_{i1}^l, f_{i2}^l, f_{i3}^l$ は P_l 及び各材料の方向余弦の関数である。式(8)を整理すると、

$$\sum_{l=1}^r \max_{\alpha \in A} \left\{ \sqrt{\{(f_{i1}^l)^2 + (f_{i2}^l)^2\} \sin(\alpha_{i1}^l + \theta_{i1}^l) + (f_{i3}^l)^2} \sin(\alpha_2^l + \theta_{i2}^l) - 1.0 \leq 0. \quad (9)$$

$$\theta_{i1}^l = \arctan \frac{f_{i1}^l}{f_{i2}^l} \quad (10)$$

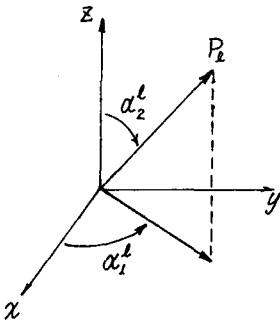


図1. 節点 l における外力 P_l

$$\theta_{i2}^L = \arctan \frac{f_{i3}^L}{\sqrt{\{(f_{i1}^L)^2 + (f_{i2}^L)^2\} \sin(\alpha_1^L + \theta_{i1}^L)}} \quad (11)$$

となる。式(9)を最大にすることは、各項を最大にすることである。各項を最大とする α_1^L, α_2^L の値をそれぞれ $\alpha_{i1}^L, \alpha_{i2}^L$ とする。 α_1^L, α_2^L の変動領域が $0 \leq \alpha_1^L < 2\pi, 0 \leq \alpha_2^L < \pi$ である時、式(9)の最大値は

$$\max(\text{式(9)の値}) = \sqrt{(f_{i1}^L)^2 + (f_{i2}^L)^2 + (f_{i3}^L)^2} - 1.0 \quad (12)$$

で表わせる。このように $b=b^0$ が与えられると式(3)の最大値は文献(1)と異なり、最適化の手法を用いず求めることが出来る。以後の最適化手法は文献(2)に詳述されている。

3. 例題及びその結果

10部材から構成された平面トラス内の節点②④に 20^t の外力が作用し、その変動領域は case 1: $0 \leq \alpha_1 < 2\pi, 0 \leq \alpha_2 < 2\pi$

case 2: $0 \leq \alpha_1 < \pi, 0 \leq \alpha_2 < \pi$ とする。

この条件で重量の最小化を図り、結果は表1, 2に記す。更に複雑な構造物として、24部材から構成されている構造を考える。外力の変動領域は CASE 1:

$0 \leq \alpha_1 < 2\pi, 0 < \alpha_2 < \pi$, CASE 2: $0 \leq \alpha_1 < \pi, 0 < \alpha_2 < \frac{\pi}{2}$ を考える。結果は表3, 4に示す通りである。

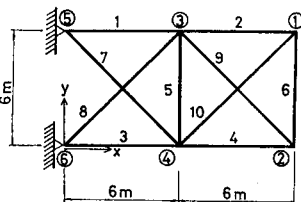


図2 10部材トラス

$P=20^t$
 $E=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
 $I=8b^4 \text{ (} b=1.0 \text{)}$
 $\rho=7.85 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3$

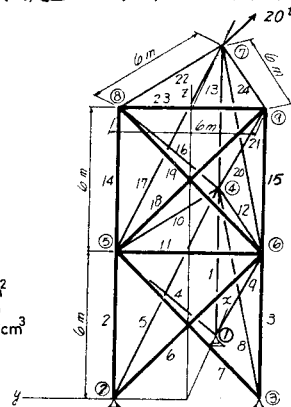


図3 24部材トラス

表1. 10部材トラス CASE 1: $0 \leq \alpha_1 < 2\pi, 0 \leq \alpha_2 < 2\pi$

部材番号	断面積(cm^2)	α_1 (度)	α_2 (度)	α (kg/cm^2)
1	25.1	87.8	77.3	-1400.0
2	12.3	77.2	257.3	-710.6
3	42.6	239.2	215.7	-1400.0
4	20.0	214.1	257.3	-1150.7
5	13.8	304.6	77.3	-791.6
6	12.3	77.2	257.3	-710.6
7	35.1	95.2	96.5	-1011.6
8	27.4	262.6	257.3	-787.6
9	25.7	98.0	77.3	-739.4
10	20.8	257.2	77.3	-597.5

表2. 10部材トラス CASE: $0 \leq \alpha_1 < \pi, 0 \leq \alpha_2 < \pi$

部材番号	断面積(cm^2)	α_1 (度)	α_2 (度)	α (kg/cm^2)
1	22.1	89.0	77.1	-1272.6
2	10.9	77.9	180.0	-628.4
3	47.0	60.9	41.1	1400.0
4	18.0	180.0	180.0	-1037.6
5	9.0	0.0	77.1	-518.8
6	10.9	77.9	180.1	-628.4
7	39.7	91.7	92.5	-1140.7
8	8.2	84.6	77.1	1400.0
9	26.2	96.0	77.0	-753.9
10	9.7	180.0	77.1	-278.1

表3 24部材トラス CASE 1: $0 \leq \alpha_1 < 2\pi, 0 < \alpha_2 < \pi$

グループ	断面積(cm^2)	部材番号	α_1 (度)	α_2 (度)	α (kg/cm^2)
1	25.0	1, 2, 3	0.0	119.2	-1400.0
2	25.6	4, 5, 6	106.2	96.4	-736.8
3	10.3	10, 11, 12	253.9	59.1	-595.9
4	19.1	13, 14, 15	0.0	142.5	-1098.6
5	26.2	16, 17, 18	242.7	96.9	-755.3
6	12.8	19, 20, 21	235.9	79.7	-734.8

表4 24部材トラス CASE 2: $0 \leq \alpha_1 < \pi, 0 < \alpha_2 < \frac{\pi}{2}$

グループ	断面積(cm^2)	部材番号	α_1 (度)	α_2 (度)	α (kg/cm^2)
1	25.1	1, 2, 3	180.0	60.6	1400.0
2	25.5	4, 5, 6	106.6	90.0	-733.2
3	10.7	10, 11, 12	107.4	57.7	-617.9
4	14.5	13, 14, 15	0.0	90.0	-837.5
5	26.3	16, 17, 18	115.7	90.0	-756.8
6	12.8	19, 20, 21	126.7	76.7	-734.8

4. 考察

(a) 文献(1)の方法と比べて効率的である。(b) 静定・不静定或いは平面・立体構造にかかわらず、複数外力がそれぞれ等の方向に変動するという複雑な条件の下で、最適化が可能である。

参考文献 (1) 松井, 山本, 渡部: 最悪状態を考慮した最適設計 第35回年次学術講演会 PP 677 ~ 678

(2) 奥村, 松井, 山本, 菊田, 新延: 荷重方向の変動による最悪状態を考えた最適設計 第31回応力学会