I-18　不静定トラスのSuboptimizationによる最適設計

長崎大学工学部　正員○小西保則
(株)長大橋設計センター　正員　桑野信治

1. まえがき

構造物が長大化し複雑になると変数・制約条件式共にその数が多くなるが，Suboptimizationによれば，その場合でも容易に最適設計が可能であり，単純トラスについて目的関数には全工場製作費を考慮した場合の最適設計を行った結果については先に発表した。[1),2)] しかし不静定トラスの場合断面寸法の変化が，内力の配分に影響し近似値しか求まらない。その方法として全体構造について全応力設計により各部材断面積を求め，その後にSuboptimizationにより最適値を求めた。

またSuboptimizationの方法として1部材要素の最適値を求める必要があるが，1本の部材特に圧縮材の最適値を求める手法としてSLP法を用い，文献3)に示す変数の変換を行って制約条件式の数を減じた。

2. Suboptimizationによる最適設計手法

今2部材要素のトラスを仮定し，1つの部材要素のみの変数でそれぞれ部材要素Ⅰ，Ⅱに属する変数を$x_{\mathrm{I}}, x_{\mathrm{II}}$，構造物全体に共通な変数を$y$とする。一般に最適設計の問題は

$$\left.\begin{array}{l} g_{i\mathrm{I}}(x_{\mathrm{I}}, x_{\mathrm{II}}, y) \leq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m_{\mathrm{I}}) \\ g_{i\mathrm{II}}(x_{\mathrm{I}}, x_{\mathrm{II}}, y) \leq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m_{\mathrm{II}}) \\ g_i(y) \leq 0 \quad (i=1,2,\cdots m), \quad x_{\mathrm{I}}, x_{\mathrm{II}}, y \geq 0 \end{array}\right\} \text{---}(1)$$

の制約条件式のもとで

$$Z = f(x_{\mathrm{I}}, x_{\mathrm{II}}, y) \longrightarrow min. \quad \text{-------}(2)$$

となる$x_{\mathrm{I}}, x_{\mathrm{II}}, y$を求めることである。

ここで静定構造物の場合は，たわみの制約条件式を除いて，断面要素寸法の変化は内力の配分に影響しないので

$$g_{i\mathrm{I}}(x_{\mathrm{I}}, y) \leq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m_{\mathrm{I}}) \text{---}(3)_a$$

$$g_{i\mathrm{II}}(x_{\mathrm{II}}, y) \leq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m_{\mathrm{II}}) \text{---}(3)_b$$

$$g_i(y) \leq 0 \quad (i=1,2,\cdots,m) \text{---}(3)_c, \quad x_{\mathrm{I}}, x_{\mathrm{II}}, y \geq 0 \text{-}(3)_d$$

となり，又目的関数は　$Z = f_{\mathrm{I}}(x_{\mathrm{I}}, y) + f_{\mathrm{II}}(x_{\mathrm{II}}, y)$ -----(4)

となる。不静定トラスの場合は応力の制約条件式は

$$\sigma_J - \sigma_{aJ} \leq 0 \quad (J=\mathrm{I},\mathrm{II}) \text{---}(5), \quad \sigma_J = S_J/A_J \text{---}(6)$$

$$S = [I - \bar{S}(\bar{S}^T \rho \bar{S})^{-1}(\bar{S}^T \rho)] S_0 \text{-----}(7)$$

ここに　σ_J：J部材要素の作用応力，σ_{aJ}：J部材要素の許容応力
A_J：J部材要素の断面積，S：P荷重系によるS_Jを要素とする不静定構造としての部材力マトリックス，S_0：P荷重系によるS_{0J}を要素とする静定構造としての部材力マトリックス，$\bar{S}$：$X_i=1$による$\bar{S}_J$を要素とする静定構造としての部材力マトリックス，
X_i：不静定力，ρ：$\rho_J = l_J/EA_J$を要素とする対角マトリックス，l_J：J部材の長さ，E：ヤング係数

ここでA_Jは全応力設計で求めた値とし，トラス高一定とすると$\bar{S}$およびρは定数と考えてよい。故に(7)式から，各断面要素の$A_{\mathrm{I}}, A_{\mathrm{II}}$の変化は内力の配分に影響しないと近似的に考えることが

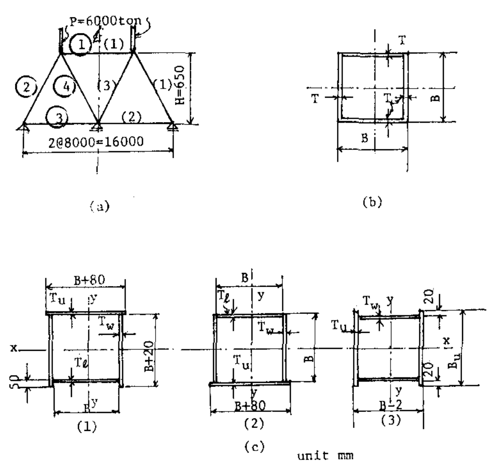

Fig. 1 Notations for truss

Table 1. Comparison of optimum values for compression member of truss

Case	B(cm)	T(cm)	Z_	No.	Eps1	Eps2	CPU T.
1	110.6	3.57	34.96	14	0.02	0.02	0.78
2	110.6	3.57	34.95	14	0.02	0.02	0.75
3	112.8	3.59	35.11	13	0.02	0.02	0.29

Table 2. Optimum values for continuous truss

S_1	S_2	S_3	S_4	T_{u1} (cm)	T_{u2} (cm)	T_{u4} (cm)	T_{w1} (cm)	T_{w2} (cm)	T_{w3} (cm)	T_{w4} (cm)	B_{u4} (cm)
5.00	6.00	6.00	6.00	1.25	3.32	4.25	1.06	2.95	1.34	3.39	125.4

A_{01} (cm^2)	A_{02} (cm^2)	A_{03} (cm^2)	A_{04} (cm^2)	A_1 (cm^2)	A_2 (cm^2)	A_3 (cm^2)	A_4 (cm^2)	Z (1000yen)
420.0	1133.5	622.5	1645.9	438.8	1188.9	545.4	1684.1	7383.8

でき(3)a〜(3)c が成立つ。ここで(3)a, (3)b 式から，一定の y に対して

$$g_{iI}(x_I, y) \leq 0 \quad (i=1, 2, \cdots, m_I), \quad Z_I = f_I(x_I, y) \longrightarrow min. \text{-----} (8)$$

$$g_{iII}(x_{II}, y) \leq 0 \quad (i=1, 2, \cdots, m_{II}), \quad Z_{II} = f_{II}(x_{II}, y) \longrightarrow min. \text{-----} (9)$$

となる x_I, x_{II} の最適値を求めれば，任意の y に対して $x_I = h_I(y)$---(10)a，$x_{II} = h_{II}(y)$----(10)b が成立つ。(10)a, (10)b 式を(4)式に代入すると $Z = f_I(h_I(y), y) + f_{II}(h_{II}(y), y)$-----(11) となり，制約条件式は(3)c と $y \geq 0$ のみとなり，(3)c, $y \geq 0$ の制約条件式のもとに(11)式を最小にする y を求める問題となる。

又文献3)によれば x_0 を x の近似値とし，無次元化した変数を $\bar{x}$ とする。$\bar{x} = x/x_0$-----(13) 次に x の上下限値をそれぞれ x^u, x^l，move limit を ξ とすると $x^l/x_0 \leq \bar{x} \leq x^u/x_0$---(14)a，$1-\xi \leq \bar{x} \leq 1+\xi$---(14)b となるので上下限制限は(14)a, (14)b 式のいずれかである。故に $max.\{x^l/x_0, (1-\xi)\} = \bar{x}^l$，$min.\{x^u/x_0, (1+\xi)\} = \bar{x}^u$---(15) とする。ここで改めて $\bar{x}^* = \bar{x} - \bar{x}^l$---(16) とおく。(14)a, (14)b, (15)式より $\bar{x}^l \leq \bar{x} \leq \bar{x}^u$ は $0 \leq \bar{x}^* \leq \bar{x}^u - \bar{x}^l$---(17) となり，シンプレックス法では，非負の解のみであるので $\bar{x}^* \leq \bar{x}^u - \bar{x}^l$---(17)a となって変数変換することによって，上下弦制限の制約条件式は1つの変数につき(17)a 式ただ1つになり，計算時間は少なくてすむ。又無次元化しているので解の収束もよい。

3．最適設計例

(1) 1本の圧縮部材の最適設計　図1(a)に示す2径間連続トラスの④部材(圧縮材)についてSLP法で変数変換しないで，数値微分の場合(case 1)，微分式による場合(case 2)と，変数変換の場合(case 3)について比較を行った。ここで部材力は4000ton とし設計変数は図1(b)に示す板幅B，板厚Tの2変数とする。制約条件式は応力制限，細長比制限，板幅と板厚の制限，変数の上下限制限とする。目的関数Zは鋼材費，溶接費，溶接費以外の工場製作費の近似式を用いた。鋼材費の板厚換算率 $F_1(T)$，溶接費の板厚換算率 $F_3(T)$ は T の関数とした。

$$Z = \{A \cdot l \cdot \rho_0 \times (F_1(T) \times 1.11 \times 1.59 + \mu \times 11.023 \times 1.25) + \mu \times 0.58 \times l_w \times F_3(T) \times 1.25 + \mu \times 91\} \times CM \text{----} (18)$$

ここに A：部材断面積(cm²)，l：部材長(cm)，ρ_0：鋼材単位重量(ton/cm²)，SMH：1人1時間当りの工数単価(1000円/時)，CM：鋼材の単価(1000円/ton)，μ = (SMH)/(CM)，1.11 = 鋼材の歩留，1.59 = SM58とSS41の鋼材単価比，l_w：実溶接延長(m)，0.58 = 1m当りの溶接時間とし，CM = 80,000円，μ = 0.05 とした。最適設計結果を表1に示す。

(2) 連続トラスの最適設計　図1(a)に示す連続トラスの Suboptimization として y に属する変数，トラス高 H = 650cm，コード幅 B = 100cm とし図1(c)に示す鋼材S，板厚T，フランジ幅 Bu を x の変数とした。制約条件式は(1)の最適設計例の条件式にたわみ制限を加えた。目的関数は鋼材費，工場製作費を考慮し次式で計算した。

$$Z = \left(\sum_k \sum_l \tilde{H}_{kl}\mu + \sum_i \sum_j H_{ij}\mu + \sum_j \rho_0 V_j C\right) \times CM, \quad V_j = A_j \times l_j \text{-----} (19)$$

ここに C：鋼材単価係数，H_{ij}：i 工程 j 部材の工数(時間)で設計変数の関数，$\tilde{H}_{kl}$：k 工程 l 部材の工数(時間)で一定な値とし CM = 80,000円，μ = 0.05 とした。最適設計結果を表2に示す。

4．結論

表1に示すように変数変換を行った場合はCPU time は可成少なくなり，又収束もよい。又本研究で提案した Suboptimization の方法によると全応力設計法による最適断面積と Suboptimization による最適断面積とは87.6〜104.5%となり，部材力では98.1〜106.7%となり可成良好であるがより精度の高い手法を研究中である。

参考文献

1) 小西保則：Suboptimization によるトラスの最適設計，土木学会 昭和54年度西部支部研究発表会講演集 PP17-18，1980年
2) 小西保則：Suboptimization によるトラスの最適設計(第2報)，土木学会，第35回年次学術講演会概要集I PP691〜692，1980年
3) 前田幸雄，林正，坂本良文：SLP法による骨組構造物の最適設計，JSSC，第15回大会研究集会，マトリックス解析法研究発表論文集，1981年