I-11　タンク浮屋根加温方式における融雪時間

千代田化工建設(株)　正員　三瀬達朗

1. まえがき　浮屋根タンクの雪害対策として浮屋根散水方式・浮屋根加温方式等がある。ここでは浮屋根加温方式に対して検討を行う。従来、融雪のための所要熱容量は融雪量、単位融雪所要熱量、融雪効率から算定されている。従来の計算では所要熱容量は求まるが、時間あたりの所要熱容量・融雪時間は求まらない。時間あたりの所要熱容量・融雪時間を把握することは浮屋根加温方式による雪害対策上、重要である。

2. 解析モデル　Fig.1 の様に浮屋根タンクのデッキ上に積雪があり、これをヒーターによって融雪しようとする場合の融雪時間を求める。この問題に対して、ステファン問題の理論解を用いて、融雪時間を算定する。雪柱をFig.2に示す様に単位体積重量比により、等価な氷柱とみなす。すなわち、一様なヒーター上に氷柱があり、これが加温とともに固相から液相に変化していくと考える。

実現象としては氷が0℃の水になると、この水はある層を保持すると考えられる。氷が融け、水の部分の高さが増加し、ある高さ、すなわち、水の境界層として保持される高さまで成長した時の解析モデルをFig.3に示す。さらにFig.4に示す様に氷柱の融解にともない、水柱の高さが水の境界層厚 $h_w = r \cdot h_i$ (r:氷と水の単位体積重量比，h_i:水の境界層厚に相当する氷の層の厚さ）まで成長したとするとこの量の水が一挙に排除され、氷柱高さは初期氷柱高さH_0から、$(H_0 - h_i)$に変化し、この状態で再び、水柱の高さが成長していくと考える。

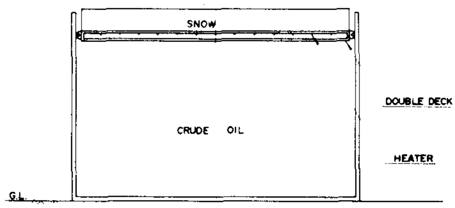

Fig.1　MELTING SNOW ON DOUBLE DECK OF TANK

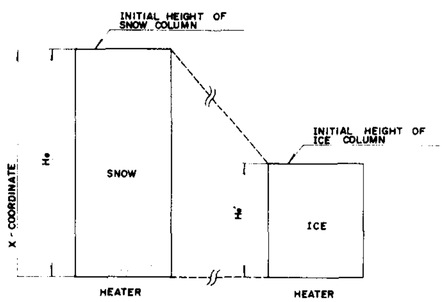

Fig. 2　ANALYTICAL MODEL (INITIAL STATE)

3. 解析方法

3.1　水柱の熱方程式　時刻t'における座標xの水柱の温度を$u(x,t')$とする。このuは熱方程式、式(1)を満足する。(Fig.5)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k_w}{C_{pw}\cdot\gamma_w}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{k_w}{C_w}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a_w\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \qquad (1)$$

ここで　a_w:水の温度伝導率(m²/hr)，添字wは水であることを示す。
k_w:水の熱伝導率(kcal/mhr℃)，C_{pw}:水の定圧比熱(kcal/kg℃)，γ_w:水の単位体積重量(kg/m³)，C_w:水の体積比熱(kcal/m³℃)

3.2　水柱の境界条件　水柱の両端面では境界条件式(2),(3)が成り立つ。　$u(0,t')=T$　(2)，　$u(\xi(t'),t')=0$　(3)

ここで　$\xi(t')$:時刻t'における水柱の高さ(m)，T:ヒーター温度(℃)

3.3　水柱と氷柱の接する面での熱量の平衡条件　境界$x=\xi(t)$ではdt時間にその境界にたどりつく熱量$-k_w \frac{\partial u}{\partial x} dt|_{x=\xi(t)}$は$dt$時間に$d\xi_i$の氷を融かすのに必要な潜熱に等しい。これをステファン条件とよぶ。

$$\lambda_i \frac{d\xi_i}{dt} = -k_w\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (4)$$

ここで，λ_i:氷の単位体積あたりの潜熱(kcal/m³)
添字iは氷であることを示す。

dt時間に$d\xi_i$(氷柱の高さ)が$d\xi$(水柱の高さ)になる。

$$d\xi_i = \frac{d\xi}{r} = \frac{\gamma_w}{\gamma_i}d\xi \qquad (5)$$

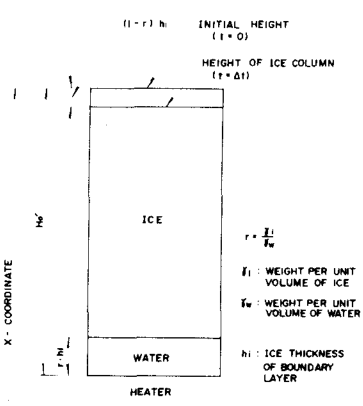

Fig. 3　ANALYTICAL MODEL

ここで γ_w:水の単位体積重量(kg/m³), γ_i:氷の単位体積重量(kg/m³)

式(5)を式(4)に代入する。

$$\frac{\lambda_i}{\gamma_i}\frac{dy}{dt} = -\frac{k_w}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (6)$$

氷の単位体積あたりの潜熱と氷の単位重量あたりの潜熱の関係を示す。

$$\lambda_i = \lambda_i' \cdot \gamma_i \qquad (7)$$

ここで λ_i':氷の単位重量あたりの潜熱(kcal/kg)

式(7)を式(6)に代入する。

$$\lambda_i \frac{dy}{dt} = -\frac{k_w}{\gamma_w}\frac{\partial u}{\partial x} \qquad (8)$$

3.4 融解時間の算定　式(1)を境界条件(2)(3)および、平衡条件式(8)のもとに解を求める。一般解は式(9)と書ける。

$$u(x,t') = A\int_{\frac{x}{2\sqrt{a_w t'}}}^{\alpha} e^{-z^2}dz \qquad (A,\ \alpha > 0) \qquad (9)$$

ここで A, αは2個の未知パラメーター、$[A]=[°C]$, αは無次元量

式(9)は$\frac{x}{2\sqrt{a_w t'}}=\alpha$となる点$(x,t')$で式(3)を満足する。これより水柱高さ$x=y(t')$は

$$y(t') = 2\alpha\sqrt{a_w t'} \qquad (10)$$

式(10)より、$\frac{dy}{dt}$を算定する。式(9)より、$\frac{\partial u}{\partial x}$を算定する。

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\alpha\sqrt{a_w}}{\sqrt{t'}} \quad (11), \qquad \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{A}{2\sqrt{a_w t'}}e^{-\alpha^2} \quad (12)$$

式(11)と式(12)を式(8)に代入する。

$$\frac{\lambda_i'\,\alpha\sqrt{a_w}}{\sqrt{t'}} = \frac{k_w\,A}{2\gamma_w\sqrt{a_w t'}}e^{-\alpha^2} \qquad (13)$$

式(9)を式(2)に代入する。

$$u(0,t') = T = A\int_0^{\alpha} e^{-z^2}dz \qquad (14)$$

式(14)を式(13)に代入して、未知パラメーターAを消去する。

$$\alpha e^{\alpha^2}\int_0^{\alpha} e^{-z^2}dz = \frac{T\,k_w}{2\lambda_i\gamma_w a_w} = \frac{T\,C_w}{2\lambda_i'\gamma_w} \qquad (15)$$

ここで $a_w = k_w/C_w = k_w/C_{pw}\cdot\gamma_w$

式(7)を式(15)に代入する。

$$\alpha e^{\alpha^2}\int_0^{\alpha} e^{-z^2}dz = \frac{T\,C_w\,\gamma_i}{2\lambda_i\,\gamma_w} \qquad (16)$$

式(16)より、最初にαを算定し、式(10)より、氷が融けて水の境界層厚h_wまで変化する時間を算定する。

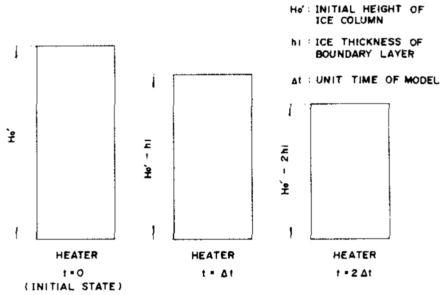

Fig. 4 MELTING ICE STATE

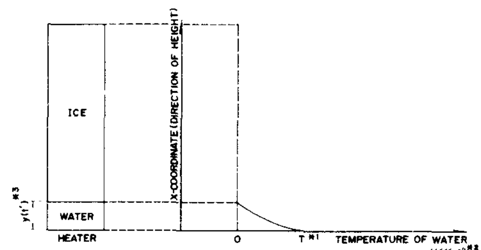

Fig. 5 TEMPERATURE DISTRIBUTION

*1 TEMPERATURE OF HEATER
*2 $u(x,t')$, $x \le y(t')$
*3 HEIGHT OF WATER COLUMN ($t=t'$, $0 \le t' \le \Delta t$)

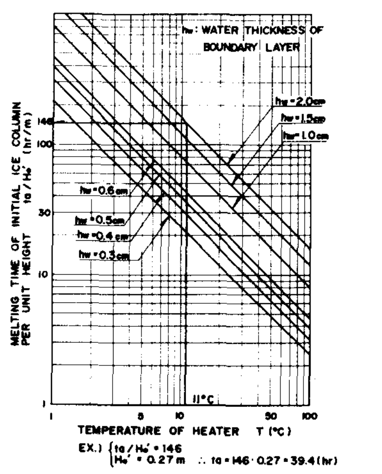

FIG. 6 MELTING TIME OF INITIAL ICE COLUMN ta

4. 数値解析例　1)初期積雪高さH_0=1.35m　2)各種単位体積重量 γ_w=1000 kg/m³, γ_i=1000 kg/m³, γ_s=200kg/m³, 添字sは雪であることを示す。従って初期氷柱高さH_0'=0.27m　3)氷の単位重量あたりの潜熱80kcal/kg　4)ヒーター温度$T=\bar{T}$=11°C, ここで$\bar{T}$:デッキ上面平均温度　5)水の体積比熱C_w=1000kcal/m³°C　6)水の熱伝導率k_w=0.5kcal/mhr°C　7)平均雰囲気温度 T_f=0°C

5. 解析結果　本解析法に基づいて単位高さあたりの初期氷柱高さの融解時間t_a/H_0'とヒーター温度Tとの関連をFig.6に示す。ここで水の境界層厚h_wとヒーター温度Tは実験より設定した。初期氷柱高さH_0'を融解する時間t_aを算定する。　$t_a = 146 \times H_0' = 39.4$ (hr)

従って、浮屋根タンクのデッキ上面鋼板温度を11°Cに保つことができればデッキ上の1.35mの雪を39.4時間で融解することができる。ただし、ここでは安全側の値として、水の境界層厚h_w=2cm を採用した。

参考文献　1)山口・野木,ステファン問題,数理解析とその周辺17 産業図書　2)新防雪工学ハンドブック、日本建設機械化協会