

京都大学工学部 正員 丹羽 義次

東海大学海洋学部 正員 北原 道弘

京都大学大学院 学生員 〇池田 秀文

## 1. はじめに

近年、LNG地下タンク、地下発電所、沈埋トンネル等の大型地下構造物に対する関心が高まり、てきており、我が国のような地震国においては、耐震性という面から、半無限地盤内構造物—地盤系の動的挙動を知ることは非常に重要である。本研究は、このような系を、巨視的には、線形弾性体とみなし、半無限地盤を弾性体、地下構造物を周囲とは異質の弾性体と考え、フーリエ変換を利用して半無限地盤内構造物の非定常動弾性問題の解析を行なったものである。この場合、対象とする地盤系は、通常、半無限体であり、これを評価するには、境界上においてのみ構成される積分方程式法を適用するのが有効である。

## 2. 積分方程式法による定式化

線形かつ均質、等方弾性体の運動方程式は、(物体力  $b = 0$  とする。)

$$(\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot u + \mu \nabla \nabla \cdot u = \rho \ddot{u} \quad (1)$$

$$(u = u(x, t): \text{変位ベクトル}, \ddot{u} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t), t: \text{時間}, \lambda, \mu: \text{Lamé の定数})$$

$$\text{初期条件は、} u(x, 0) = u_0(x), \dot{u}(x, 0) = v_0(x) \quad (2)$$

$$\text{境界条件は、} u(x, t) = f(x, t) \quad (x \in \partial D_1) \quad (\partial D = \partial D_1 \cup \partial D_2) \quad (3)$$

$$g(x, t) = \{ \lambda \nabla \nabla \cdot + 2\mu (\nabla \nabla \cdot) \} u(x, t) = \hat{T} u(x, t) = g(x, t) \quad (x \in \partial D_2) \quad \text{となる。}$$

$$\text{また、系は静止過去} \quad u(x, t) = \dot{u}(x, t) = 0 \quad (t < 0) \quad (4) \quad \text{を有しているとする。}$$

本研究では、フーリエ変換を利用することにより、非定常解と、定常解を重ね合わせにより求める手法を採用する。

今、ここで、フーリエ変換、逆フーリエ変換をそれぞれ次のように定義しておく。

$$\hat{u}(x, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, t) e^{-i\omega t} dt, \quad u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}(x, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (5)$$

運動方程式(1)に、フーリエ変換を施すと、

$$L \hat{u} = (\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \hat{u} + \mu \nabla \nabla \cdot \hat{u} + \rho \omega^2 \hat{u} = 0 \quad (\hat{u} = \hat{u}(x, \omega)) \quad (6)$$

$$\text{境界条件(3)は、} \hat{u}(x, \omega) = \hat{f}(x, \omega) \quad (x \in \partial D_1) \quad (7)$$

$$\hat{g}(x, \omega) = \hat{T} \hat{u}(x, \omega) = \hat{g}(x, \omega) \quad (x \in \partial D_2) \quad \text{となる。}$$

外部場  $D^+$  (半無限地盤、Fig. 1 参照) を考える時、全変位  $u$  は、

$$u(x, t) = u^s(x, t) + u^i(x, t) \quad (8) \quad \text{で表わされる。}$$

( $u^s, u^i$  は、それぞれ 散乱波、入射波による変位)

$$\text{変換後の境界条件は、} \hat{u}^i \text{ に対して} \quad \hat{u}^i(x, \omega) = \hat{f}(x, \omega) - \hat{u}^s(x, \omega) \quad (x \in \partial D_1)$$

$$\hat{g}^i(x, \omega) = \hat{T} \hat{u}^i(x, \omega) = \hat{g}(x, \omega) - \hat{T} \hat{u}^s(x, \omega) \quad (x \in \partial D_2) \quad (9) \quad \text{となる。}$$

変換後の領域で、境界値問題が解りれば、変換前の初期値—境界値問題の解は、次のようにして表わされる。

$$u(x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{u}^i(x, \omega) e^{-i\omega t} d\omega + u^i(x, t) \quad (10)$$

よって、本手法により非定常応答解析を行なうには、定常動弾性問題に対する積分方程式の解を精度よく求める必要がある。外部場  $(D^+)$  に対しては、ケリー—レンの公式を  $\hat{u}^i(x, \omega) = \hat{u}(x, \omega) - \hat{u}^s(x, \omega)$  に適用することによ、て、全変位場  $\hat{u}(x, \omega)$  に対する表示として、次式が成立することが保証される。

$$\int_{\partial D} U(x, z; \omega) \cdot \hat{g}(z, \omega) ds_z - \int_{\partial D} T(x, z; \omega) \hat{u}(z, \omega) ds_z + \hat{u}^i(x, \omega)$$

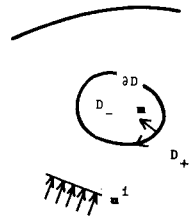


Fig.1 inclusion and stratum

( $n$  は外部領域  $D^+$  に対する単位外向き法線ベクトル)

$$= \begin{cases} u(x, \omega) & x \in D_1 \\ \frac{1}{2} u(x, \omega) & x \in \partial D \\ 0 & x \in D_2 \end{cases} \quad (11)$$

ここで、 $u(x, y; \omega)$  は、放射条件を満足する (6) に対する  $\Delta u = -\delta u$  — (12) の解で、 $\pi(x, y; \omega) = \frac{1}{2} u(x, y; \omega)$  である。2次元問題に対しては、

$$u(x, y; \omega) = \frac{i}{4\mu} \left[ H_0^{(0)}(k_1 r) + \frac{1}{k_1^2} \nabla^2 \{ H_0^{(0)}(k_1 r) - H_0^{(0)}(k_2 r) \} \right],$$

$$r = |x - y| \quad (13)$$

( $H_0^{(0)}$  は第1種0次の Hankel 関数、 $k_1 = \omega/c_1$ 、 $k_2 = \omega/c_2$  は、それぞれ横波・縦波の波数) となる。

内部場 (6) に対しても、 $u$  について同様な表示が得られ、境界条件および連続条件により積分方程式系を構成することができる。

### 3. 数値解析例

まず、本解析手法の有効性を、無限体内の空洞 (せし断 弾性係数比  $\mu_1/\mu_2 = 1/10000$  と近似) について、Baron 等<sup>1)</sup> による結果との比較により示したのが、Fig. 2 である。

次に、半無限地盤内構造物 (Fig. 3) の、P波が入射した場合の、5点 (A, B, C, D, E) の非定常応答成分を、波数比  $k_2/k_1 = 2.0, 5.0$  の2ケースについて Fig. 4 に示した。

波形としては、Ricker wavelet<sup>2)</sup> を仮定しており、 $f(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} (a - 0.5) e^{-a}$   $a = \left| \frac{\pi(x - x_0)}{x_p} \right|^2$  である。今回のケースでは、全解析時間  $T$  に対し、 $x_p = T/8$ 、 $x_0 = T/4$  とした。また、時間軸は、P波速度  $c_1$  と、構造物の半径  $a$  で無次元化している。  
 $k_2/k_1 = 2.0$  の時には、構造物自体も変形しながら変位しているが、 $k_2/k_1 = 5.0$  の時には、構造物が一体となり、変位しており、構造物が、周囲地盤に対し、比較的に剛であり、エネルギーを透過しにくいことがわかる。

なお、他の解析例も伏詳細については、当日報告する。

### 参考文献

- 1) BARON, M.L. & R. PARNES; Journal of Applied Mechanics, Vol. 29, pp. 385-395, 1962.
- 2) RICKER, N; Geophysics, Vol. 10, pp. 207-220, 1945.

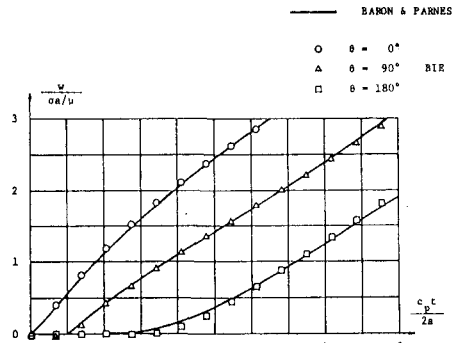


Fig. 2 Boundary displacements

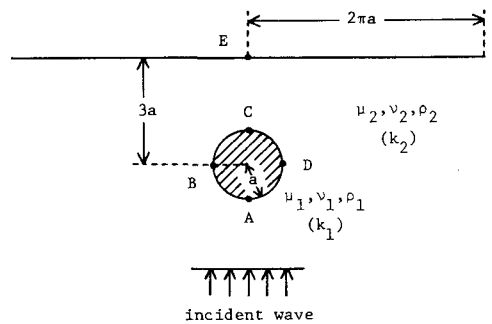


Fig. 3 Inclusion in a semi-infinite stratum

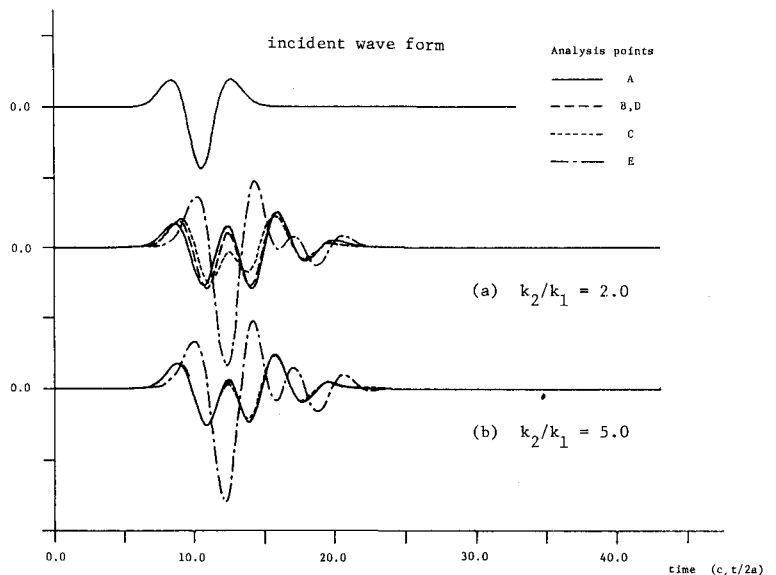


Fig. 4 Transient responses for an incident P wave (Ricker wavelet)