

## 1. まえがき

気象等の原因でコンクリートスラブが長期間不規則な湿度変化を受けると、内部の応力に変動が起こり、それがコンクリートの引張強度以上になるとひび割れが形成される。鉄筋やアセチル繩は、このようなひび割れを通して起こる腐蝕により次第に劣化し、延いては構造物全体の破損に至ることもある。したがってこのような原因で発生する応力の変動は、設計上十分考慮される必要がある。本研究は外部の湿度条件が統計的に表められた時、それによってスラブ内に生じる応力の時間的変化をコンクリートのエイジングとラクニシヨンの影響を含めて解析的に検討したものである。

## 2. 湿度変化に伴う応力の変化

スラブ内の湿度  $u(x,t)$  は線形の拡散方程式に従うとし、次の初期・境界条件を受ける場合を考える。(Fig. 1 参照)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (0 < x < l); \quad u(0,t) = u_m + A e^{i(\omega_0 t + \phi_0)}; \quad u(x,0) = u_0; \quad \frac{\partial u}{\partial x}(l,t) = 0 \quad (1)$$

ここに  $\omega_0 = 2\pi/T$  であり、 $c$ 、 $u_0$ 、 $T$  は各々コンクリートの拡散係数、外部湿度変化の初期位相及び周期を表す。振幅  $A$  は時間的に変動し、その平均、分散は各々  $\bar{A}$ 、 $\sigma_u^2$  とする。湿度の平均値  $\bar{u}(x,t)$ 、標準偏差  $\sigma_u(x,t)$  を無次元化した  $\hat{u}$ 、 $\hat{\sigma}_u$  は次のように求められる。<sup>(1)</sup>

$$\hat{u} = \frac{\bar{u}(x,t) - u_m}{u_0 - u_m} = \sum_{m=1}^{\infty} a_m X_m(x) e^{-cx_m^2 t} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_u &= \frac{\sigma_u(x,t)}{\sigma_0} = |H(x, \omega_0) - Q(x, t)|; \quad H(x, \omega_0) = \frac{\cosh[\kappa(l-x)(1+i)]}{\cosh[\kappa(l+i)]}; \\ Q(x, t) &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{c \lambda_m^2}{c \lambda_m^2 + i \omega_0} a_m X_m(x) e^{-(c \lambda_m^2 + i \omega_0)t} \end{aligned} \quad (3)$$

ここで  $\lambda_m = (m - \frac{1}{2})\pi$ 、 $a_m = 2/\lambda_m$ 、 $X_m(x) = \sin \lambda_m x$ 、 $\kappa = \sqrt{\omega_0/2c}$ 、 $i = \sqrt{-1}$  である。 $H(x, \omega_0)$  は周波数応答関数、 $Q(x, t)$  は非定常項である。例として両端を固定されたスラブがこのような湿度変化を受ける場合を考えると、1次元的応力の状態になる。実験結果を考慮して湿度  $u$ 、乾燥収縮ひずみ  $\epsilon$  の間に線形関係を仮定すると、内部に生じる応力は対応原理を用いて次のように表められる。

$$\begin{aligned} \epsilon_0(x, t) &= -K [u_0 - u(x, t)] \quad (0.5 \leq u \leq 1.0); \\ S(x, t) &= -E_c(t) \epsilon_0(x, t) + \int_0^t \frac{\partial E_R(t, \tau)}{\partial \tau} \epsilon_0(x, \tau) d\tau \end{aligned} \quad (4)$$

$K$  は実験的に決まる比例定数である。 $E_R(t, \tau)$  はコンクリートの緩和弾性係数であり、ここではエイジングを考慮に入れて次のような一般化 Maxwell モデルで表められるものとする。

$$\begin{aligned} E_R(t, \tau) &= \sum_{m=1}^N E_m(\tau) e^{-(t-\tau)/\tau_m} + E_\infty(\tau); \quad E_c(t) = E_R(t, t); \\ E_m(\tau) &= E_{m0} - E_{m1} e^{-\tau/\tau_m}; \quad E_\infty(\tau) = E_{\infty0} - E_{\infty1} e^{-\tau/\tau_\infty} \end{aligned} \quad (5)$$

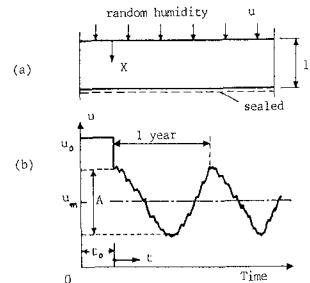


Fig. 1 Wall Subjected to Random Humidity

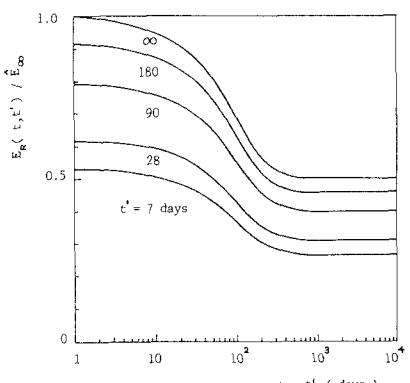


Fig. 2 Relaxation Modulus

湿度変化を求めた時と同様に、応力の平均値  $\hat{S}(x,t)$ 、標準偏差  $\hat{\sigma}_s(x,t)$  を無次元化した  $\hat{S}$ 、 $\hat{\sigma}_s$  は次のように表められる。

$$\begin{aligned}\hat{S} &= \frac{\bar{S}(x,t)}{K(E_0 - E_\infty) \hat{E}_\infty} = \frac{1}{\hat{E}_\infty} \left\{ \{ E_c(t) - L_1(t) \} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} a_n X_n(x) \{ E_c(t) e^{-c \lambda_n^2 t} - L_2(t) \} \right\}; \quad \hat{E}_\infty = E_c(\infty) \\ L_1(t) &= \int_0^t \frac{\partial E_R(t,\tau)}{\partial \tau} d\tau; \quad L_2(t) = \int_0^t \frac{\partial E_R(t,\tau)}{\partial \tau} e^{-c \lambda_n^2 \tau} d\tau \quad (6)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}_s &= \frac{\sigma_s(x,t)}{G_0 K |E_0|} = |H(x, \omega_0) - Q_s(x,t)|; \\ Q_s(x,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c \lambda_n^2}{c \lambda_n^2 + i \omega_0} a_n X_n(x) \frac{E_n(t)}{E_0}; \\ E_0 &= \sum_{n=1}^N \frac{E_{0n} \tau_m i \omega_0}{1 + \tau_m i \omega_0} + E_{0\infty}; \\ E_n(t) &= E_0 - \int_0^t [E_c(\tau) e^{-c \lambda_n^2 \tau} - L_2(\tau)] e^{-i \omega_0 \tau} d\tau \quad (7)\end{aligned}$$

### 3. 数値計算例

コンクリートの拡散係数を  $C = 3 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{day}$ 、外部湿度変化の周期を  $T = 1 \text{ yr}$  とする。簡単のために、1要素 Maxwell モデル ( $N=1$ ) を考え、 $E_1(t) = E_\infty(t)$ 、 $E_{01} = 1$ 、 $E_{11} = 0.5$ 、 $C_1 = \tau_1 = 100 \text{ days}$  とする。この場合の緩和弾性係数の変化は Fig. 2 に示される通りである。 $X = 0.25$  における湿度と応力の時間的変化や、それらの分布が Fig. 3 と Fig. 4 に示される。エイジングを考慮した場合、応力の平均値はスラブが外部条件にさらされた時点でエイジングが停止したものと、エイジングが完了したもの ( $t = \infty$ ) との中間に位置する。一方、応力の標準偏差はエイジングを考慮すると一定値にはならず、エイジングを考慮しない場合は定常値が存在するのと比べると、対照的である。

### 4. あとがき

不規則な湿度変化を受けるコンクリートスラブ内に、乾燥収縮によって生じる応力の平均値、分散が求まつた。応力変動にはコンクリートのエイジングの影響が大きく、ひび割れ発生を推定するために入力の大きさを調べる際に考慮されなければならない点である。

### 参考文献

- (1) Tsubaki, T., Bazant, Z.P., "Random Shrinkage Stresses in Aging Viscoelastic Vessel," J. of the Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 107 (in press)

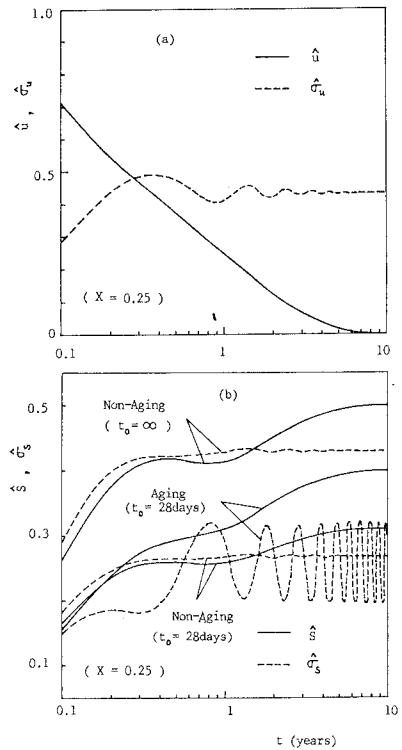


Fig. 3 Time Variation of Humidity (a) and Stress (b)

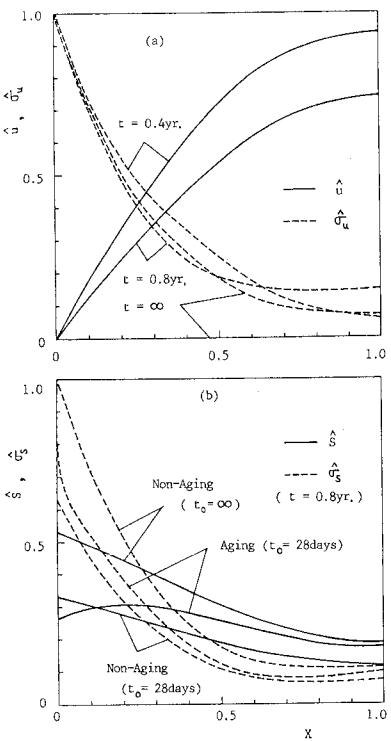


Fig. 4 Distribution of Humidity (a) and Stress (b)