

東京大学 学生員 〇原田 昇
東京大学 正会費 大田 陽敏

1. はじめに

選択肢の中に、類似性の強いものが存在する場合、従来のロジットモデルでは、選択肢の独立性(I.I.A.)を仮定しているために、モデル化が困難であった。この問題は、選択肢の定義に通じる基本的問題である。本稿では、この問題の解決として提案された改良モデルについてその解釈と適用例を示し、その有用性を確認するものである。

2. 類似性問題の例示

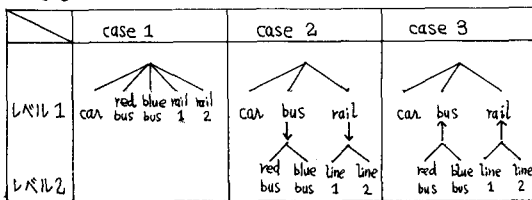
手段選択を考えよう。いま、car, red bus, blue bus, rail 1 (line 1) と rail 2 (line 2) の 5 選択肢があるとする。

case 1> 5 選択肢を同レベルで処理するもの。一選択肢の類似性を考慮していない。

case 2> 2 レベルに分け、レベル 1 (car, bus, rail) を推定し、レベル 2 におろすもの。一レベル 1 の推定の際、特定の変数に注目して red bus / line 1, 2 の一方が平均を選択肢とするためレベル 2 の選択結果と整合性をもたない。

case 3> 2 レベルに分け、レベル 2 を推定し、その結果を用いてレベル 2 の選択肢の効用を重み付けしたものをレベル 1 の選択肢の効用として推定するもの。一整合性は保たれる。

*) case 3 に、Daly's model を適用することで、類似性の問題を処理できる。



3. Choice Tree における整合性

段階モデルと同時モデルが整合性を保つためには、以下の確率に関する 2 式を満足するように合成変数 Λ を決めればよい(文献 1)。図 1 の場合、

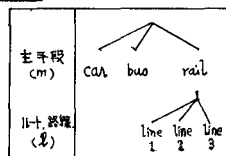


図 1. 手段選択の Choice Tree.

$$P(r) = \sum_k P(r, line k) \quad \text{[確率の部分和]} \quad - ①$$

$$P(l|r) = P(r, l) / P(r) \quad \text{[条件確率]} \quad - ②$$

たとえば、式 ①、② より同時モデルが、

$$P(m, l) = e^{\lambda_1 \nabla m} / \sum_{m', l'} e^{\lambda_1 \nabla m'} \quad - ③$$

と表示できる時には、

$$P(l|r) = e^{\lambda_1 \nabla r l} / \sum_{l'} e^{\lambda_1 \nabla r l'} \quad - ④$$

$$P(m) = e^{\lambda_1 \nabla m} / \sum_m e^{\lambda_1 \nabla m} \quad - ⑤$$

$$\text{但し、} \nabla r = \Lambda_r = \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\sum_{k'} e^{\lambda_1 \nabla r k'} \right) \quad - ⑥$$

となる。 Λ_r は、合成変数であり、この形にする場合に同時モデルとの整合性が保たれる。

4. 改良ロジットモデル(文献 2 等)について

i) モデル式

$$P(j, j \in J_+) = e^{\lambda \nabla j} / \sum_{j \in J_+} e^{\lambda \nabla j} \quad - ⑦$$

$$\text{但し、} \nabla j = \lambda \nabla j + \epsilon, \quad \epsilon: \text{Weibull 分布}$$

における λ について、

$$E(\nabla j - \nabla k) = \lambda(\nabla j - \nabla k) \quad - ⑧$$

$$\text{Var}(\nabla j - \nabla k) = \pi^2 / 3 \lambda^2 \quad - ⑨$$

より、“選択肢間の効用の差の分散と λ の二乗が反比例する”ことがわかる。Daly は、この λ を変えること、選択肢間の効用差の分散の大小を表現することによって選択肢間の類似性を表現しようとしたのである。

改良モデルを図 1 に適用すると、

$$P(l|r) = e^{\lambda_1 \nabla r l} / \sum_{l'} e^{\lambda_1 \nabla r l'} \quad - ⑩$$

$$P(m) = e^{\lambda_2 \nabla m} / \sum_m e^{\lambda_2 \nabla m} \quad - ⑪$$

$$\text{但し、} \nabla r = \Lambda_r = \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\sum_{k'} e^{\lambda_1 \nabla r k'} \right) \quad - ⑫$$

$$\lambda_2 < \lambda_1 \left[\ln(\nabla m - \nabla r) = \frac{\pi^2}{3 \lambda_1^2} > \frac{\pi^2}{3 \lambda_2^2} = \ln(\nabla r - \nabla r) \right] \quad - ⑬$$

ii) 改良モデルの解釈

$$\begin{aligned} \text{④ } \Lambda_r &= \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\sum_{k'} e^{\lambda_1 \nabla r k'} \right) \\ &= \frac{1}{\lambda_1} \ln \left(\frac{1}{P_{\min/r}} e^{\lambda_1 \nabla r \min} \right) \quad \text{但し、} P_{\min/r} = \frac{e^{\lambda_1 \nabla r \min}}{\sum_{k'} e^{\lambda_1 \nabla r k'}} \\ &= -\frac{1}{\lambda_1} \ln P_{\min/r} + \nabla r \cdot \min. \end{aligned}$$

(加算乗除、加減乗除の逆元)

minimum path で代表させる場合 ($\Lambda_r = \nabla r \cdot \min$) に対して、
 $-\frac{1}{\lambda_1} \ln P_{\min/r}$ は修正項と考えられる。

⑤ $\nabla r l = \sum_{k=1}^K \theta_k \chi_{ek}$, $\nabla m = \sum_{m=1}^M \theta_m \chi_{mm}$ ($m \neq r$) とした時の弾力性を導出すると、式 ④~⑪ より、 χ_{ek} に対する弾力性は、ルート r を 1 つ指定する場合 [$P(l|r) \equiv 1$] に対して、

合成変数で処理する場合、 $P(1|r)$ の分だけ小さくなる。

$$\begin{aligned} \cdot \lambda_{2k} \text{に} & \begin{cases} \text{直接弾力性} & E_{\lambda_{2k}}^{P(r)} = P(r) \cdot (1 - P(r)) \cdot P(1|r) \cdot \lambda_2 \theta_k - (4) \\ \text{交差弾力性} & E_{\lambda_{2k}}^{P(m)} = -P(m) \cdot P(r) \cdot P(1|r) \cdot \lambda_2 \theta_k - (5) \end{cases} \\ \cdot \lambda_{mn} \text{に} & \begin{cases} \text{直接弾力性} & E_{\lambda_{mn}}^{P(m)} = P(m) \cdot (1 - P(m)) \cdot \lambda_2 \theta_n - (6) \\ \text{交差弾力性} & E_{\lambda_{mn}}^{P(r)} = -P(m) \cdot P(r) \cdot \lambda_2 \theta_n - (7) \end{cases} \end{aligned}$$

③ $\lambda_1 > \lambda_2$ の意味を例示する。

$P(1|r) = 1$, ルートが1つの場合、推定モデルによって、ある個人について、

$$\nabla(\text{car}) = -2, \quad \nabla(\text{bus}) = -3, \quad \nabla(\text{rail}) = -4$$

であるとする。このとき、同じ効用レベル(-4)を与える鉄道ルートが開通したとすると、

	乗客	効用の大きい方を選出	$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = 1$ の合成変数	$\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ の合成変数
$\nabla(\text{car})$	-2	-2	-2	-2
$\nabla(\text{bus})$	-3	-3	-3	-3
$\nabla(\text{rail})$	-4	-4	$\lambda(\text{rail}) = -4$	$\lambda(\text{rail}) = -4$
$\nabla(\text{rail})$	-4	-4	$\lambda(\text{rail}) = \frac{1}{2} \ln 2 - 4$	$\lambda(\text{rail}) = \ln 2 - 4$
$P(\text{car})$	0.665	0.665 $P/p = 1$	0.641 $P/p = 0.969$	0.610 $P/p = 0.917$
$P(\text{bus})$	0.245	0.245 $P/p = 1$	0.236 $P/p = 0.964$	0.225 $P/p = 0.917$
$P(\text{rail})$	0.090	0.090 $P/p = 1$	0.123 $P/p = 1.367$	0.165 $P/p = 1.834$
$P(\text{rail})$			(0.683 x 2)	(0.917 x 2)

新しい鉄道ルートを全く独立な選択肢と扱う場合 ($\lambda_1 = \lambda_2$)、類似性を考慮した場合、効用の大きい方を選出した場合の順に、鉄道の選択確率は大きく推定される。

ii) 三鷹データによる分析例(アワセ手段モデル)
駅へのアワセ手段モデルを例に考える。データは「交通手段の利用に関するアンケート調査」(SS5.3,

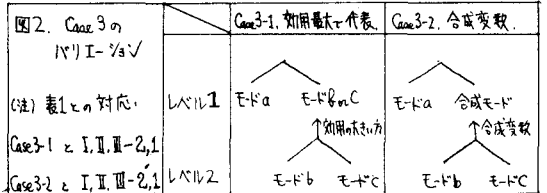
東京都、新谷太田研) から選出した700サンプルである。

推定されるのは、 $\lambda_1 \theta_k, \lambda_2 \theta_k$ ならびに λ_1 / λ_2 であり、

λ_1, λ_2 については比率のみが求まる。

$$P(a) = \frac{\exp(\lambda_1 \nabla a)}{\exp(\lambda_1 \nabla a) + \exp(\lambda_2 \cdot \frac{1}{\lambda_1} \ln(\exp(\lambda_1 \nabla a) + \lambda_1 \nabla c))} - (8)$$

$$\cdot \lambda_1 \nabla a = \lambda_2 \sum_k \theta_k \lambda_{1k} = \sum_k (\lambda_2 \theta_k) \lambda_{1k} - (9)$$



λ_2 / λ_1 を比べる(表1, ②)と、徒歩とバスの類似性が増えることがわかる。また、 λ_2 / λ_1 係数について、 $\lambda_2 / \lambda_1 = 1$ ($\lambda_1 = \lambda_2$) に対して検定すると、

	I-2.	II-2.	III-2.
λ_2 / λ_1 の推定値	0.3994	1.2974	1.1864
$\lambda_2 / \lambda_1 = 1$ に対するt値	7.69	1.85	1.48

であり、Iの方法において、 λ_1 を変えた意味がでてくる。但し、全体の再現精度では、必ずしも λ_2 / λ_1 の有意性と一致していない。理論的には、Iの方法が良いと考えられるが、より選択肢の類似性の明らかなケースで実証する必要がある。

今後、駅選択とアワセ手段選択を含む状況のモデル化の一環として検討する予定である。

$$(12) \left[\begin{array}{c|c|c|c} \text{乗客} & 220 & 185 & 295 \\ \hline \text{徒歩} & 31.4 & 25.4 & 42.1 \end{array} \right] 700$$

モデル名	変数	徒歩時間	自転車内部分	バス内部分	バス乗車時間	λ_2 / λ_1	R^2	徒歩	自転車	バス	合計
multic	U(徒歩) U(自転車) U(バス)	-0.1805	-0.2341	-0.0751	-0.0258		0.1853	121 (55.00)	109 (59.92)	230 (71.97)	460 (85.71)
tree I.	①	-0.2781		-0.1436	-0.0370		0.3936	90 (73.17)		162 (85.24)	252 (80.57)
自転車	②	-0.0953		-0.1407	-0.0156*		0.1389	169 (76.82)	39 (21.10)	248 (84.07)	456 (85.14)
徒歩	③			-0.1663			0.1214	169 (76.82)	39 (21.10)	254 (85.42)	462 (86.00)
バス	④					0.3994					
tree II.	①		-0.1459	-0.0253*	-0.0232		0.2144		78 (60.94)	152 (76.38)	230 (70.34)
徒歩	②	-0.2481		-0.3350	-0.1269		0.2612	125 (56.81)	100 (54.05)	236 (80.00)	461 (85.86)
自転車	③			-0.1668			0.2294	103 (46.82)	117 (63.24)	226 (76.61)	456 (85.14)
バス	④					1.2974					
tree III.	①	-0.1718		-0.2233			0.0749	81 (48.8)	117 (58.0)		198 (62.7)
徒歩	②	-0.1227		-0.2452			0.2452	136 (61.8)	106 (51.30)	189 (64.07)	431 (81.57)
自転車	③				-0.0899	-0.0254					
バス	④				-0.0972	-0.0270	1.1864	122 (55.45)	118 (63.78)	220 (74.58)	460 (85.71)

注)
① バス・自転車
② 徒歩
③ 自転車
④ バス

の各効用式の
パラメータを示し、
a) EPは、a値
が2以下である
ことを示す。

① 自転車
② 徒歩
③ 自転車
④ バス

[参考文献]

- 1) Fundamentals of Transportation Systems Analysis, Vol.1, Hokenim 1979. MIT Press.
- 2) "Determinants of Travel Choice", D.A. Henshaw and B. Dohi 1978. Saxon House
- (参考) Dohi, "Improved Multiple Choice Model"