Ⅳ－194　分布・配分交通量の同時推定モデルの実用性について

岐阜大学工学部　正会員　宮城俊彦
岐阜大学大学院　学生員　○吉田俊和

1．はじめに

地区間交通需要量と施設利用量を同時に求めるモデルは、Beckmann[1]によって提案された。しかし、彼の提案したモデルには次のような実用上の問題点がある。それは逆需要関数の存在を仮定していることで、仮に逆需要関数の存在する制約無し重力モデルをこのモデルの需要関数として用いて分布交通量を推定した場合でも、分布量を集計して得られる発生・集中量が、与えられた実績値に一致しない。また、発生・集中制約を考慮した分布モデルがあるが、これは逆需要関数がとれない。本研究は、Beckmanモデルのもつ実用上の問題点を解決するため、彼のモデルに発生・集中制約を加えた同時推定モデルを提案し、実際に岐阜市に適用してその実用性を確かめるものである。

2．分布・配分同時推定モデルの定式化

Beckmannモデルは個人の最小時間経路選択仮説を含む数学的存在問題を与え、等価的に非線形最適化問題となることが知られているが、本研究で提案する発生・集中交通量に関する制約条件を考慮した修正モデルは、以下のような最適化問題[P1]として定式化できる。

[P1]

最小化　：$F = \sum_{\ell=1}^{L}\int_0^{f_\ell} B_\ell(y)\,dy - \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\int_0^{T_{ij}} g_{ij}(x)\,dx$　(1)

制約条件：$\sum_j T_{ij} = O_i$, $\sum_i T_{ij} = D_j$, $T_{ij} \geq 0$, $x_r^{ij} \geq 0$　(2)

ここで、経路交通量x_r^{ij}とO-D交通量T_{ij}および道路区間交通量f_ℓの関係は、式(3)のようである。

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{ij}\sum_r \delta_{\ell,r}^{ij} x_r^{ij} = f_\ell \\ &\sum_r x_r^{ij} = T_{ij} \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

また、問題[P1]および式(3)において、

f_ℓ：リンクℓの交通量

T_{ij}：ゾーンi-j間の分布交通量

O_i：ゾーンiの発生交通量($i=1,2,\cdots,I$)

D_j：ゾーンjの集中交通量($j=1,2,\cdots,J$)

$$\delta_{\ell,r}^{ij}\begin{cases} 1：ゾーン\ i\text{-}j\ 間の\ r\ 番目経路上にリンク\ \ell\ が存在するとき \\ 0：そうでないとき \end{cases}$$

x_r^{ij}：ゾーンi-j間の交通量のうちr番目経路を選択する交通量

$B_\ell(\cdot)$：リンクℓのパフォーマンス関数

$g_{ij}(\cdot)$：ゾーンi-jの逆需要関数

である。ここで、$g_{ij}(\cdot)$に逆需要関数の存在する次式のような指数型重力モデルを考える。

$$T_{ij} = \kappa(O_i D_j)^{\alpha} e^{-\gamma t_{ij}}$$

t_{ij}：ゾーンi-jの所要時間

κ, γ, α：パラメータ

このとき、最適化問題[P1]は、[P2]のようになる。

[P2]

最小化　：$F = \frac{1}{\gamma}\sum_i^I\sum_j^J T_{ij}\left\{\ln\left(T_{ij}/\kappa(O_i D_j)^{\alpha}\right) - 1\right\} + \sum_\ell \int_0^{y_\ell} B_\ell(y)\,dy$　(4)

制約条件：式(2)に等しい。

ただし、式(4)を誘導する際$\lim_{T_{ij}\to 0} T_{ij}\log T_{ij} \to 0$を仮定している。式(4)は明らかにEvans[2]の提案した同時推定モデルと等価である。[P1]，[P2]の解は以下のようである。

$$\overset{*}{T}_{ij} = \kappa(O_i D_j)^{\alpha} e^{-\gamma(\varphi_{ij} - \lambda_i - \mu_j)} \quad (5)$$

$$\left.\begin{aligned} &\varphi_{ij} = \sum_\ell \delta_{\ell,r}^{ij} B_\ell(y) && x_r^{ij} > 0 \\ &\varphi_{ij} \leq \sum_\ell \delta_{\ell,r}^{ij} B_\ell(y) && x_r^{ij} = 0 \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

$$\sum_j^J \overset{*}{T}_{ij} = O_i , \quad \sum_i^I \overset{*}{T}_{ij} = D_j \quad (7)$$

ここで、$\lambda_i, \mu_j, \varphi_{ij}$は、各々Kuhn-Tucker乗数である。上式において$a_i = e^{\gamma\lambda_i}$, $b_j = e^{\gamma\mu_j}$とおき式(7)を考慮すると、

$$T_{ij} = \kappa a_i b_j (O_i D_j)^{\alpha} e^{-\gamma\varphi_{ij}} \quad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} &a_i = 1/\kappa O_i^{\alpha-1}\sum_j b_j D_j^{\alpha} e^{-\gamma\varphi_{ij}} \\ &b_j = 1/\kappa D_j^{\alpha-1}\sum_i a_i O_i^{\alpha} e^{-\gamma\varphi_{ij}} \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Evansは、パラメータγの決定方法については触れていないが、本研究ではこれを先験モデル(3)を用いて回帰分析により決定する。よってEvansの提案したアルゴリズムを用いて解くことができる。

3．岐阜市への適用結果

a）モデル精度を表わす指標

本研究では、モデル精度を表わす指標として、相関係数(R)と、Theilの不一致係数(U)[3]を用いた。不一致係数を用いた理由は、次のようである。まず、不一致係数は次式で与えられる。

$$U=\frac{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i-\overset{*}{x}_i)^2}}{\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\hat{x}_i^2}+\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\overset{*}{x}_i}} \tag{10}$$

ここで、$\hat{x}_i$：予測値，$\overset{*}{x}_i$：実績値，n：サンプル数

式(9)の分子に着目すると、

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{x}_i-\overset{*}{x}_i)^2=(\hat{M}-\overset{*}{M})^2+(\hat{S}-\overset{*}{S})^2+2(1-r)\hat{S}\overset{*}{S} \tag{11}$$

のように分解できる。ただし、$\hat{M},\overset{*}{M}$はそれぞれ$\hat{x},\overset{*}{x}$の平均値、$\hat{S},\overset{*}{S}$はそれぞれ$\hat{x},\overset{*}{x}$の標準偏差，rは$\hat{x}$と$\overset{*}{x}$との相関係数である。よって式(10)の分母をDとすると、

$$U^2=U_M^2+U_S^2+U_C^2 \tag{12}$$

あるいは、

$$100=UM+US+UC \tag{13}$$

ここに、

$$UM=\frac{U_M^2}{U^2}\times 100,\quad US=\frac{U_S^2}{U^2}\times 100,\quad UC=\frac{U_C^2}{U^2}\times 100 \tag{14}$$

という形に示され、U^2がどのような差によって生じたかということを定量的にとらえることができる。すなわち、Uを配分結果の評価に用いると、U_M, U_Sによって、流すべき総量が果たして正しいのかどうか、言い換えれば、発生・集中量が正しいかどうかが間接的にチェックでき、またU_Cによって配分モデルの精度がチェックできると考えられる。

b）現況分析結果

同時モデルを岐阜市へ適用した結果の、分布交通量および配分交通量の再現性を、表-1，表-2にそれぞれ示す。

表-1　分布交通量の再現性

	A	B
相関係数：R	0.909	0.904
不一致係数：U	0.1843	0.2480

A：実測O-Dと同時モデルによる推定O-Dの関係

B：修正O-Dと同時モデルによる推定O-Dの関係

表-2　配分交通量の再現性

配分方法	配分した交通量	不一致係数：U	UM(%)	US(%)	UC(%)
OD交通量固定	観測OD交通量	0.2710	28	0	72
(等時間配分)	修正OD交通量	0.2262	10	1	89
同時推定	観測ODに基づくパラメータ	0.2417	18	0	82
	修正ODに基づくパラメータ	0.2237	3	4	93

表-1において、修正O-Dとは、スクリーンライン交通量に一致させるように実績O-D表を修正したものである。表-1の結果よりAとBの相関係数がほぼ等しく、しかも0.9以上というかなりの適合度を示しているので O-Dパターンの再現性はかなりあると言える。表-2の不一致係数に着目すると、需要固定型等時間配分より需要変動型同時推定モデルの方が、配分値の再現性は秀れていることがわかる。UM, US, UCについては、次のことが言えよう。O-D表を修正する前は、不一致係数に対するUM(平均値の不一致）の割合が比較的高い。これは、配分する分布交通量が観測もれなどにより、全体として少な目な値を示しているためであろう。ところがO-D表に修正を加えることによって、不一致の原因はほとんどUC(共変関係の不一致)のみになっていることから、ネットワークに配分すべき分布交通量はスクリーンラインによってほぼ正しい値を得たと判断してよい。そしてこれを配分した結果、その配分値のばらつきによって不一致が生じたということである。このように、Uにおいては配分法の妥当性はU_Cに表われ、配分法がいくら現実を再現するようなモデルであったとしても、発生量の推定が悪ければ、この結果がU_M, U_Sに表われ、Uは高くなる。

なお現在、ネットワークのチェックを行なっているが、明らかに鉄道踏切りによる容量低下が生じると思われるリンクがいくつか見られたので、これを考慮して同時推定（O-D修正を行なわない配分）を行なった。その結果、配分値の不一致係数Uは0.1767となった。

4．おわりに

本研究で提案した同時推定モデルは、需要固定型等時間配分に比べ、計算時間はやや長くなったが、従来の方法では、分布交通量を求める際に仮定した所要時間とそれを配分した時得られる所要時間とは一致しなかったのに対し、本モデルはこれらを同時に推定するためにこのような矛盾は解消されモデルの論理性は保たれる。また、将来推定を行なう場合は、従来の推定法のように個人の主観に依存すると思われるO-D走行時間の推定作業を必要とせず、発生・集中量さえ得られればよいので、方法論的にもより客観性の高い方法を与える。さらに岐阜市の適用例でも、推定値の適合性が秀れていることがわかった。今後は、本モデルの実用性をさらに確かめるため、本モデルによる将来推定を行ないたい。

参考文献：(1) Beckmann, M.J et al ; Studies in the Economics of Transportation (1956)
(2) Evans, S.P ; Derivation and Analysis of Some Models for Combining Trip Distribution and Assignment. Trans, Res (1976)
(3) 鈴木啓祐；物資輸送量の計測と予測、交通日本社、昭和44年