Ⅳ－193　交通量観測資料を用いるOD交通量の統計的推計法

岡山大学工学部　正員　井上博司

1．はじめに

交通量観測資料を用いて地域間のOD交通量を推計する手法がこれまでいろいろ提案されてきた。本稿においては重力モデルを基本的な分布パターンとして最尤推定法を用い，交通量観測データからOD交通量を推計する統計的手法を提案する。この手法では各ゾーンの発生・吸引交通量ないしは居住人口，従業者人口などの値および各ゾーンペアー間のトリップがどのような経路をどのような割合で選択するかという情報が与えられる。またゾーンペアー間の走行所要時間も与えられる。このような前提のもとで，OD交通量の確率分布が各ゾーンペアーに対して独立であることを仮定して，交通量観測のデータより重力モデルのパラメーターを推定し，それと同時にこの重力モデル値を基本的な分布パターンとして，各街路リンクでの計算交通量が観測交通量に一致するようなOD交通量の最尤推定値を求める統計的手法を以下に述べる。

2．定式化

いまゾーン i の発生交通量ないしは居住人口などの発生指標を U_i，ゾーン j の吸引交通量ないしは従業者などの吸引指標を V_j で表わす。またODペアー ij のOD交通量を x_{ij}，時間距離を t_{ij} で表わす。ここで x_{ij} の値は重力モデル値とこれからの偏差 ε_{ij} の和で表わされると仮定する。すなわち

$$x_{ij} = \alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma} + \varepsilon_{ij} \tag{1}$$

ここに α は発生係数，γ はトリップ長指数である。また偏差 ε_{ij} は平均値0，分散 $\beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma})^{\omega}$ の正規分布にしたがい，かつODペアーに対してたがいに独立であると仮定する。このとき ε_{ij} の確率密度関数は，

$$f(\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma})^{\omega}}}\, e^{-\frac{(x_{ij}-\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma})^2}{2\beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma})^{\omega}}} \tag{2}$$

となる。全ODペアーについての同時確率密度は $P = \prod_{ij} f(\varepsilon_{ij})$ であり，OD交通量 x_{ij} およびパラメーター α, γ, β, ω の最尤推定値はこの P を最大にする値である。P を最大にすることは $\log P$ を最大にすることと同じであるから，P を最大にするためには

$$F = \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \log \beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma})^{\omega} + \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \frac{(x_{ij}-\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma})^2}{\beta(\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma})^{\omega}} \tag{3}$$

を最小にすればよい。ところでOD交通量を道路網に配分したとき，各リンクでの計算交通量が観測交通量に一致しなければならない。いまリンク l での観測交通量を y_l，ODペアー ij のトリップがこのODペアーの第 k 番目の経路を選択する割合を r_{ijk}，この経路がリンク l を通るとき $\delta_{ijkl}=1$，その他では $\delta_{ijkl}=0$ とすると，この条件は次のように表現することができる。

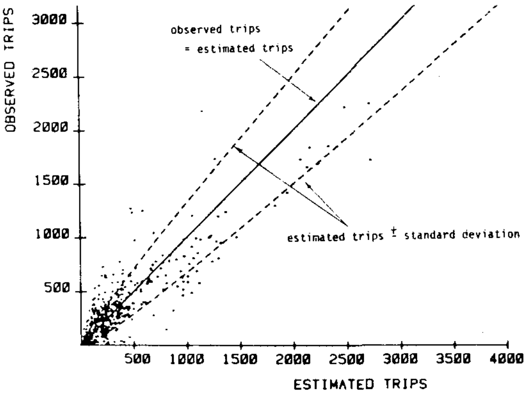
$$\sum_i\sum_j\sum_k \delta_{ijkl}\, r_{ijk}\, x_{ij} = y_l \quad (l=1,2,\cdots\cdots,m) \tag{4}$$

制約条件 (4) のもとで目的関数 (3) を最小にする x_{ij} の値がOD交通量の最尤推定値であり，この値はパラメーター $\alpha, \gamma, \beta, \omega$ の値と同時的に求められなければならない。

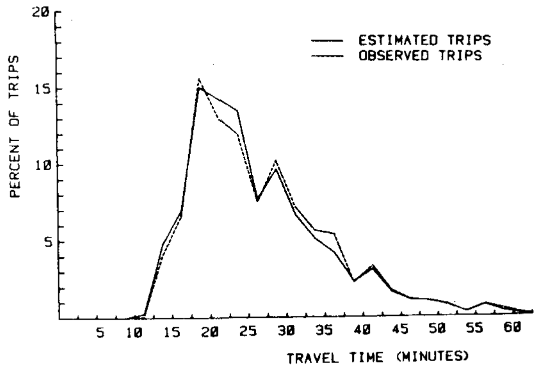
3．岡山県南地域におけるパラメーターの推定

本研究においては，OD交通量が重力モデル値を平均値とし，この平均値の指数乗に比例する分散を有する正規分布にしたがうことを仮定している。この際のパラメーター β, ω の妥当な値を求めるために，昭和46年度に行われた岡山県南地域パーソントリップ調査の資料を用いて計算してみた。データは岡山市を中心とする半径15 Km 圏内の31×31ゾーンペアーのカートリップOD交通量を用いた。計算は式(3) における U_i, V_j, x_{ij}，および t_{ij} の値を資料より与え，ニュートン・ラプソン法により式(3) を最大にするパラメーター $\alpha, \gamma, \beta, \omega$ の値

を求めた。なおこの計算ではゾーン内トリップは除外している。求められたパラメーターの値は $\alpha=0.0001265$, $\gamma=1.238$, $\beta=14.64$, $\omega=1.279$ であった。推定されたパラメーターに対して，実績交通量と重力モデルによる推定交通量 $x_{ij}=\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma}$ とを図示したものが図－1である。また推定交通量と実績交通量のトリップ長分布の比較を図－2に示す。トリップ長分布はトリップ長のほぼ全域にわたってよい適合を示している。



図－1　重力モデルによる推定交通量と実績交通量



図－2　推定交通量と実績交通量のトリップ長分布の比較

4．OD交通量推計の近似計算法

OD交通量の最尤推定値は，U_i, V_j, t_{ij}, δ_{ijkl}, r_{ijk} および y_l が与えられたときに，制約条件(4)のもとで目的関数(3)を最大にする x_{ij} の値の組を，パラメーター α, γ, β, ω とともに同時的に求めることによって得られる。しかしこの計算ははなはだ困難であるので，ここでは近似計算法を提案する。パラメーターのうちでOD交通量の推定値に鋭感に影響するのは α, γ であり，一方誤差の分散に関してはその影響は鈍感であると考えられる。そこで誤差の分散中の α, γ の値はその近似値がわかっておればこれを近似値で置き換えてもその影響は些細である。同様に β, ω の値についてもその影響は鈍感であり，かつこれらの値は地域的にあまり変わらないと思われるので近似値で代用することができよう。このときOD交通量の最尤推定値は，既知の分散 σ_{ij}^2 に対して制約条件(4)のもとで次の目的関数を最小化することによって得られる。

$$F=\sum_i\sum_j \frac{1}{2\sigma_{ij}^2}\left(x_{ij}-\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma}\right)^2 \tag{5}$$

ここに $\sigma_{ij}^2=\beta^*(\alpha^* U_i V_j t_{ij}^{-\gamma^*})^{\omega^*}$ であり，α^*, β^*, γ^*, ω^* はそれぞれ α, β, γ, ω の近似値であるが，実際には γ および ω の近似値さえわかればよい。ラグランジェの未定乗数法を用いると，x_{ij} の最適値は

$$x_{ij}=\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma}+\sigma_{ij}^2\sum_l \lambda_l\left(\sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk}\right) \tag{6}$$

となる。ここで未定乗数 λ_l は次の連立方程式を満足しなければならない。

$$\sum_u \lambda_u\left\{\sum_i\sum_j \sigma_{ij}^2\left(\sum_k\sum_v \delta_{ijkl} r_{ijk}\delta_{ijvu} r_{ijv}\right)\right\}=y_l-\sum_i\sum_j\sum_k \delta_{ijkl} r_{ijk}\,\alpha U_i V_j t_{ij}^{-\gamma}\quad (l=1,2,\cdots,m) \tag{7}$$

ところで x_{ij} の値は α, γ と同時的に求められなければならないが，そのために次のような反復計算法を用いる。(1) α, γ の初期値を適当に設定する。(2) 方程式(7)を解き λ の値を求める。(3) λ を式(6)に代入して x の値を求める。(4) (3)で求めた x_{ij} の値の組を用いて式(5)を最小にする α, γ の値をニュートンラプソン法により求める。(5) α, γ が収束するまで(2),(3),(4)の計算を繰り返す。

5．おわりに

本方法によって得られるOD交通量の値は，単純に重力モデルのパラメーターだけを交通量観測資料を用いて推定する場合に較べてより真のOD交通量に近いことが期待される。簡単なシミュレーションの結果では，重力モデルのパラメーターだけを推定した場合に較べて誤差が 1/3 ～ 1/4 程度にもなっている。