

IV-152 片道通航水路における待ちに關する研究

運輸省港湾技術研究所 正會員 奥山 育英

1. はじめに

海上交通において隘路となる片道通航水路における交通容量の増大にあたりては、時間管制によつて交互に一方方向利用の形態をとる場合が多い。この場合、日本の多くの大港湾において実施されているように、あらかじめ船舶から届出された入出港計画に応じて、その都度、管制を行う場合にはさほど問題は生じないが、通航計画の届出が不可能な場合には定時管制を採用した方が利用船舶にとつては好都合である。しかし、到着船舶のランダム性から与えられた時間内に通航可能な量以上の交通量が生ずるようなときには、次の進入可能な時間まで待たねばならず、待ちの問題が生起する。本研究は、定時管制を採用するにあたり、待ちについての情報を与えられた条件から解析し予測する方法を論じ、もつて水路計画に資するものである。

2. 片道通航水路の待ち合せモデル

片道通航水路のみならず海上交通においては、交通容量を考察するにあたり、その単位の設定・採択に難儀がつきまとい、解析目的に応じて、単純隻数、 l^2 艘隻数、 l^2 艘隻数(又は船舶の全長)等を使いわけている。ここで述べる片道通航水路においては、交通容量の基準として時間幅をとることとした。これは、通航船舶は安全に必要な前方船舶距離をとつて水路を通航することから、各船舶の前方必要船間時間を各船舶の容量と同値な量として取扱おうとするものである。従つて、前方船舶と10分間の船間時間を必要とする船舶は、5分間必要とする船舶の2隻分に相当する。具体的に前方船間時間分布を表1に示す。これはスエズ運河の北航と南航の例であり、 X は必要船間時間を分で表示したものである。

X	Number of Ships	
	To North	To South
1	0	0
2	3	1
3	5	0
4	13	2
5	55	3
6	57	35
7	43	3
8	40	5
9	27	11
10	47	230
11	25	0
12	13	6
13	14	3
14	11	1
15	11	49
16	12	3
17	6	0
18	7	0
19	6	1
20	4	42
21	2	1
22	3	0
23	4	0
24	1	1
25	3	17
26	1	0
27	1	0
28	4	0
29	1	0
30	0	6
30<	36	25
Total	455	445

表1 必要船間時間分布

以上を念頭に置いて、以下の待ち合せモデルを作成した。

- 片道通航水路は周期 C をもつて、 T 時間だけ進入可能である。
 - 到着する船舶はランダム到着、すなわち到着数はポアソン分布に従う。
 - 水路内を航行する船舶は、最小船間時間 $\bar{X}$ と前方に必要とし、この時間 X はある確率分布に従う。 X は分で表わされ、 $P_x\{X=l\}=p_l(l=0,1,2,\dots)$ とする。
 - 進入可能な時間帯に到着した船舶は、水路進入の編成替えや手続きのため、その時間帯では進入できない。
- 上のiv)は、現実の要請からだけでなく理論の取扱ひ上の容易さからも必要であるが、待ちについての考察を行う際には、iv)を除いた場合と較べてより安全側に立っている。

以上の仮定から数式表現を行つと、まず、一周期内に到着する船舶の隻数を N 隻で表わすとii)より N の平均値を λ とすると $P\{N=k\}=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$ であり($k=0,1,2,\dots$)、その母函数 $\sum_{k=0}^{\infty} P\{N=k\}x^k = e^{-\lambda(1-x)}$ を得る。 N の分散を $V(N)$ で記すと $V(N)=\lambda$ である。次に各船舶が必要とする船間時間 X の母函数 $\sum_{l=0}^{\infty} p_l x^l = P(x)$ と記し、 X の平均値と分散を各々 $E(X)$ 、 $V(X)$ とする。3番目の変数として L を一周期内に到着する船舶の必要船間時間の総和で定義するが、この値が常に T より小なれば待ちが起らないがランダムに変動するので待ちが生ずるわけである。 L の確率分布 $\{q_k\}$ ($k=0,1,2,\dots$)は N と X によつて決定されるが、 N がポアソン分布の場合は、平均 $E(L)=E(N)E(X)$ 、分散 $V(L)=E(N)V(X)+V(N)E^2(X)$ の複合ポアソン分布となり、個々の q_k の値は N と X の母函数の合成函数である L の母函数 $e^{-\lambda+\lambda P(x)}$ を x で展開した式の x^k の係数として求まる。

以上により、この待ち合せモデルはさらに、一周期内に到着する量の分布が平均 $E(L)$ 、分散 $V(L)$ の複合ポアソン分布であり、サービス側は周期 C で最大量 T の集団サービスをする待ち合せ問題になることがわかる。

この待ち合せ問題では、進入可能時間帯の始、了直後に容量制限で進入不可能により残された待ち量 w ($w=0,1,2,\dots$) をすべて考えるとマルコフ連鎖を形成しており、いわゆる隠れマルコフ連鎖となっている。従って、 n 回目のサイクルでの集団サービス直後に残された待ち量 w が R である確率を $Y_R(n)$ とする

$$\begin{pmatrix} Y_0(n) \\ Y_1(n) \\ Y_2(n) \\ \vdots \\ Y_R(n) \end{pmatrix} = Q_{ij} \begin{pmatrix} Y_0(n-1) \\ Y_1(n-1) \\ Y_2(n-1) \\ \vdots \\ Y_R(n-1) \end{pmatrix}$$

関係式 1

To North						
E(N)	V(N)	E(X)	V(X)	E(L)	V(L)	(L)
28	28	9.70	25.93	271.6	3360.56	57.97
30	30	9.70	25.93	291.0	3600.60	60.00
32	32	9.70	25.93	310.4	3840.64	61.97
34	34	9.70	25.93	329.8	4080.68	63.88
36	36	9.70	25.93	349.2	4320.72	65.73
38	38	9.70	25.93	368.6	4560.76	67.53
40	40	9.70	25.93	388.0	4800.80	69.29

To South						
E(N)	V(N)	E(X)	V(X)	E(L)	V(L)	(L)
26	26	12.17	26.36	316.42	4536.19	67.35
28	28	12.17	26.36	340.76	4885.13	69.89
30	30	12.17	26.36	365.10	5234.07	72.35
32	32	12.17	26.36	389.44	5583.00	74.72

表2 検討した交通量の代替案

$Y_R(n)$ と $Y_R(n-1)$ は右の関係式 1 が成立する。 (Q_{ij}) は、一つ前の周期における残存量が i であるときに次の周期における残存量が j である確率 Q_{ij} を主要要素とする推移確率行列である ($i,j=0,1,2,\dots$)。従って、

$$Q_{i0} = \sum_{k=0}^{T-i} p_k \quad (0 \leq i \leq T)$$

$$Q_{i0} = 0 \quad (T < i)$$

$$Q_{ij} = p_{T+j-i} \quad (0 \leq i \leq T+j, 1 \leq j)$$

$$Q_{ij} = 0 \quad (T+j < i, 1 \leq j)$$

以上より、初期条件 $\{Y_R(0)\}$ を与えさえすれば、 $\{Y_R(1)\}, \{Y_R(2)\}, \dots$ が次々に求まり $\lim_{n \rightarrow \infty} Y_R(n) = Y_R$ が R に依存しない定常状態の解として求まる。 $\{Y_R(n)\}$ や $\{Y_R\}$ は、サービスが行われた直後における待ち量の分布であるが、任意の時刻における待ち量の分布は、これらの分布とその後の時間幅に到着する L の到着分布との重ね合わせの分布として容易に求まり、これらの値を利用して水路計画を検討することが可能となる。

3. 数値計算例

ここではスエズ運河の例をとり容量待ちの検討結果を示す。スエズ運河の場合、周期 C は24時間、進入可能時間幅 T は7時間とした。 N は表2に示す北航7ケース南航4ケースである。 X は表1の度数分布表の30分以上を除いたデータによった。このときの定常状態確率 $\{Y_R\}$ の累積確率分布を待ち量 w を横軸にとり、図1、図2に示す。

また、事故等による運河閉鎖で生ずる滞船現象の消失状態をみるために、初めに840分間分の待ち量があるとして ($Y_{840}(0)=1, Y_R(0)=0, R=840$)、 $\{Y_R(1)\}, \{Y_R(2)\}, \dots$ を求め累積分布を図3に示した。

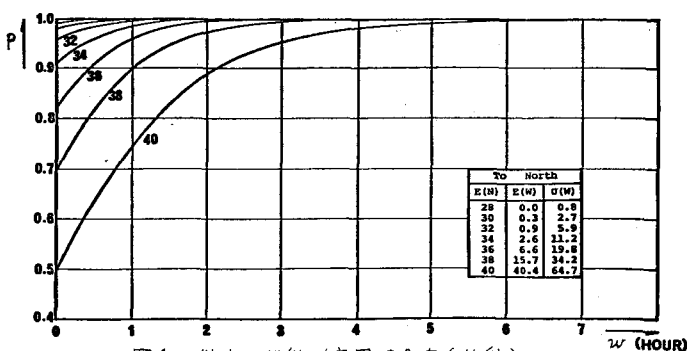


図1 待ちの状態確率累積分布 (北航)

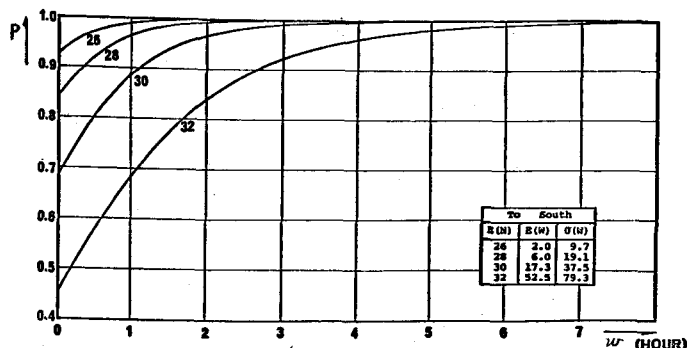


図2 待ちの状態確率累積分布 (南航)

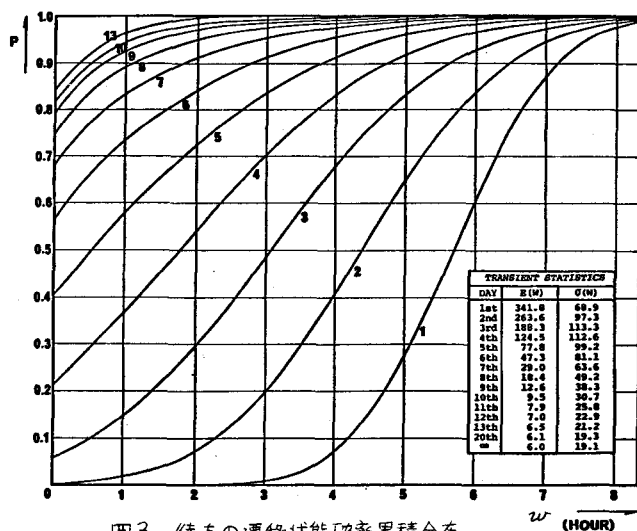


図3 待ちの遷移状態確率累積分布