

岡山大学 正 森 忠次
岡山大学 正 服部 進
岡山大学 学 ○伊藤 範孝

1. はじめに

今日まで発表されたD.T.M.に適用される内挿法は、主として(1)定常確率過程の理論に基づいた内挿法、(2)要素面を決定し、重みをつけて重ね合わせる方法^{1), 2)}、(3)局所面ごとに多項式近似する方法などがある。(2)の中で、双1次基底スプラインを用いるEbnerらによる方法は、その手法が簡単であり、地性線を表現することが比較的容易である。したがって、日本の地形のように地性線を多数含む地形に対して有効である。

2. 内挿手法

内挿領域を正方形格子に分割し、これを局所要素と呼ぶ。Ebnerらによる方法は、(1)局所要素面を n 次多項式で表わし、それぞれの局所要素面を重みをつけて重ね合わせる。(2)それぞれの局所要素面をなめらかに接続する。(3)基準点の近傍を通す。この中で、(1)を双1次とすれば簡単で、日本のような複雑な地形において地性線を入れるのに適用しやすい。双1次基底スプライン $S_{ij}(x, y)$ はFig. 1および次に示すような形になり、格子点 P_{ij} で最大値1をもち、点 P_{ij} を囲む4つの格子の外では0になる。

$$S_{ij}(x, y) = (1 - |x|) \cdot (1 - |y|)$$

ここで、 $\Delta x = x/d$, $\Delta y = y/d$ (d は格子幅)である。

また、内挿面 $H(x, y)$ は次式で表わされる。

$$H(x, y) = \sum_{ij} h_{ij} \cdot S_{ij}(x, y), \quad h_{ij}: \text{格子点 } P_{ij} \text{ の高さ}$$

基準点はランダムに分布すると仮定する。ここで、計算機処理のために、地性線を考慮しない場合と考慮する場合にアルゴリズムを分ける。

2-1. 地性線を考慮しない場合の内挿手法

基準点を $P_k(x_k, y_k, h_k)$ 、格子点を $P_{ij}(x_i, y_j, \hat{h}_{ij})$ と表わすことにする。ここで、 $\hat{h}$ は未知高さを表わす。基準点 P_k の高さは、それを囲む4つの格子点 $P_{ij}, P_{i+1,j}, P_{i,j+1}, P_{i+1,j+1}$ の高さで次のように表わされる。(Fig. 2)

$$(1 - \Delta x_k) \cdot (1 - \Delta y_k) \cdot \hat{h}_{ij} + \Delta x_k \cdot (1 - \Delta y_k) \cdot \hat{h}_{i+1,j} + (1 - \Delta x_k) \cdot \Delta y_k \cdot \hat{h}_{i,j+1} + \Delta x_k \cdot \Delta y_k \cdot \hat{h}_{i+1,j+1} = h_k \quad \cdots (1)$$

ここで、 $\Delta x_k = (x_k - x_i)/d$, $\Delta y_k = (y_k - y_j)/d$

$$0 \leq \Delta x_k \leq 1, \quad 0 \leq \Delta y_k \leq 1$$

さらに、格子点 P_{ij} までの曲率は差分で近似し、次式で表わす。

$$x \text{ 方向: } \hat{h}_{i+1,j} - 2\hat{h}_{i,j} + \hat{h}_{i-1,j}, \quad y \text{ 方向: } \hat{h}_{i,j+1} - 2\hat{h}_{i,j} + \hat{h}_{i,j-1} \quad \cdots (2)$$

式(1)に最小二乗法を適用し、さらに式(2)の二乗和を加えたものが最小になるように $\hat{h}_{ij}$ を決定する。このとき、式(1)および(2)に適切な重み P_1, P_2 をつける。

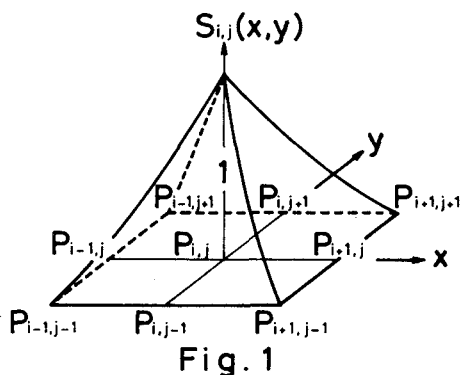


Fig. 1

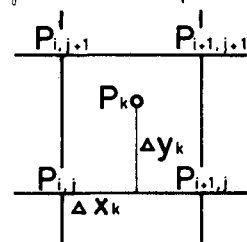


Fig. 2

2-2. 地性線を考慮する場合の内挿手法

格子線上での地性線位置を決定するために、地性線上の基準点を直線で結び、格子線との交点を求める。以後この交点を地性点 B_j と呼ぶ。また、地性点の高さも地性線上の基準点から内挿する。格子線上に地性点が存在する場合(Fig. 3)には、その地性点を不等間隔の格子点と考える。この場合、格子点 P_{ij} および $P_{i+1,j}$ における曲

率はおのようになる。

$$\text{点 } P_{ij} : \Delta X_j \cdot \hat{h}_{i,j} - (1 + \Delta X_j) \cdot \hat{h}_{i,j} + \hat{h}_{ij} \quad : X \text{ 方向} \dots (2)'$$

$$\text{点 } P_{i+1,j} : \hat{h}_{ij} - (2 - \Delta X_j) \cdot \hat{h}_{i,j} + (1 + \Delta X_j) \cdot \hat{h}_{i+1,j}$$

Y方向に関しても同様である。この場合、地性点における曲率は不連続であるから、最小二乗の条件には考慮しない。また、内挿面が必ず地性点を通るようになるために、 $\hat{h}_{0j} = H_j \dots (3)$ という条件式を加える。 H_j は地性点 B_j の高さである。スー1と同様に、式(1)、(2)および(3)に適当な重み P_1, P_2, P_3 をつけて解く。

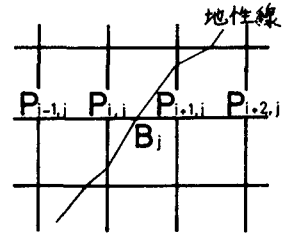
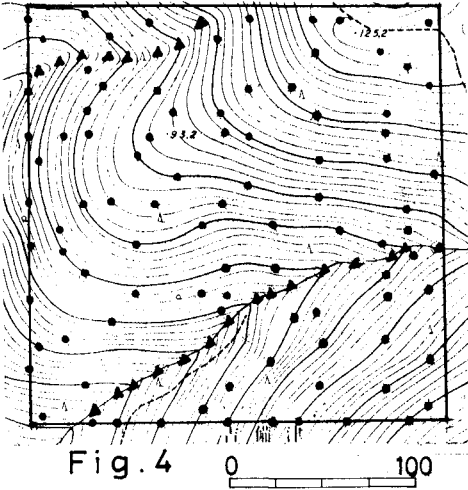


Fig. 3

3. 実験の概要

内挿領域として、岡山市吉備津地区の山地部 $225\text{ m} \times 225\text{ m}$ を選んだ。基準点は、地形図(1/2,500)からランダムに取り、また別に、地性線上で密に取った。基準点総数は118個で、そのうち地性線上の点数は24個である。(Fig. 4) 格子幅は12.5 m (図上5 mm)に取った。6格子 $\times$ 6格子を計算単位とし、その接続部は、2格子ずつオーバーラップさせた。このオーバーラップ部分の中央格子点高さは、平均値を採用した。 $P_1 = 10, P_2 = P_3 = 1$



○: 基準点 ▲: 地性線上の基準点

4. 結果と考察

地性線を考慮しない場合 (Fig. 5) と地性線を考慮した場合 (Fig. 6) の結果によれば、Fig. 5 で明らかなように、全般的に曲率の大きい所で誤差が大きい。また、Fig. 6 でも地性線近くで誤差が大きい。この実験より、地性線近傍で基準点を増やす必要がある。Ebnerの方法によれば、日本の地形のように起伏の激しい地形をうまく表現することができ、手法も簡単である。

参考文献

- 1) Heinrich Ebner, Bernhard Hofmann-Wellenhof, Peter Reiss, Franz Steidler; HIFI-A Minicomputer Program Package for Height Interpolation by Finite Elements, Congress of I.S.P. Hamburg 1980, Commission IV, P.P.202~215
- 2) H. Ebner; Zwei neue Interpolationsverfahren und Beispiele für ihre Anwendung, Bildmessung und Luftbildwesen 47, 1979, P.P.15~26

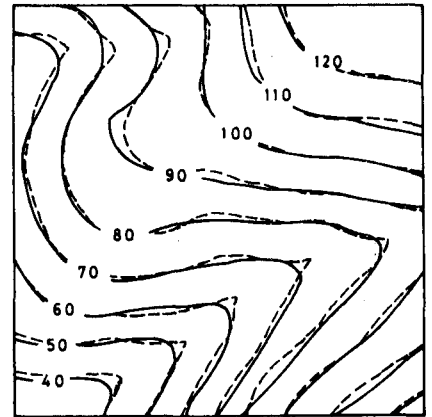


Fig. 5 --- 原図

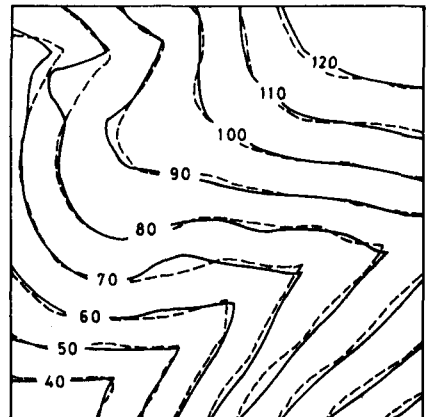


Fig. 6 --- 原図