

鳥取大学 正会員 ○木山英郎

鳥取大学 正会員 藤村 尚

鳥取大学 学会員 森木 悟

1 はじめに

水平地表面に近接して掘削された円形トンネル周りの応力が安蔵(1937)やMindlin(1939)によって解析され、また傾斜地表面下のそれが伊藤(1951)によって求められている。これらはいずれもJeffery(1921)の双極座標の応力関数を重力場に適用したものである。一方、変位状態に関するこの種の解析は少く、わが国にLimanov(1960)の式と呼ばれる近似解(Jefferyの式とも呼ばれる)が知られている。そこで、Mindlinの応力解析の手法に習って、地盤の自重と地表面の影響を考慮した平面ひずみ弾性理論による変位解析を行った。

2 地盤内の初期応力状態の仮定

トンネル掘削以前の水平地盤内の応力状態について、Fig. 1 に示す3つの典型的なモデルを仮定する。重力による物体力ポテンシャル Ω 、地盤の単位体積重量を w とおけば、上記3例とも Ω は式(1)で与えられ、応力関数 χ はそれぞれ式(2)で与えられる。

$$(1) \quad \Omega = -wy \quad (\text{Case I, II, III})$$

$$(2) \quad \begin{cases} \chi_1 = 0 \\ \chi_{2,3} = S_2 w y^2; \quad S_2 = \frac{1-2\nu}{6(1-\nu)} \quad (\text{Case II}) \\ S_3 = 1/6 \quad (\text{Case III}) \end{cases}$$

3 双極座標の応力関数と変位関数

地表面($\alpha=0$)とトンネル円周($\alpha=\alpha_1$)を境界線とする双極座標、Fig. 2 を用いる。Jefferyは、双極座標の応力関数 χ の基礎式(3)を導き、その一般解を与えている。

$$(3) \quad \left(\frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial \alpha^2 \partial \beta^2} + \frac{\partial^4}{\partial \beta^4} - 2 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) \times \left(\frac{\chi}{J} \right) = 0.$$

χ から変位関数 Q は次式で計算される。

$$(4) \quad \begin{cases} \frac{Q}{J} = \iint \left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - 1 \right) \left(\frac{\chi}{J} \right) d\alpha d\beta, \quad \text{ただし、} Q/J \text{ は次式を満足する必要がある。} \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} - 1 \right) \left(\frac{Q}{J} \right) + 4 \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \left(\frac{\chi}{J} \right) = 0. \end{cases}$$

* その1; 第34回年次大会、Ⅲ-261,
その2; 第35回年次大会、Ⅲ-262, とする。

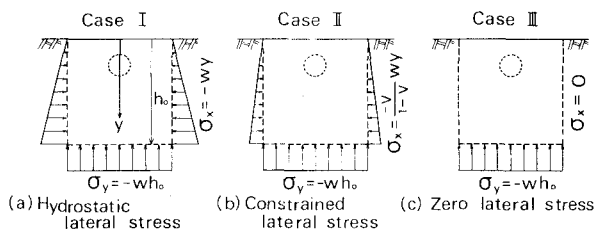


Fig. 1 初期応力状態の仮定

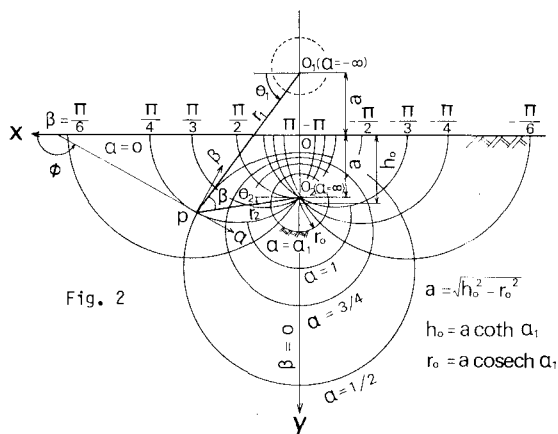


Fig. 2

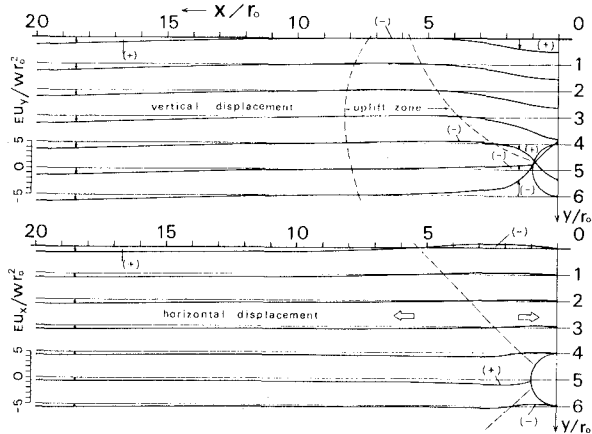


Fig. 3 地盤内の変位分布

χ と Q から変位関数は次式で計算される。

$$(5) \begin{cases} E U_{\alpha} = (1+\nu) \left\{ (1-2\nu) \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\chi}{r} \right) - (1-\nu) \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{Q}{r} \right) \right\} \\ \quad - (1+\nu) \frac{r}{\alpha} \left\{ (1-2\nu) \frac{\partial}{\partial \alpha} \sinh \alpha - (1-\nu) \frac{\partial}{\partial \beta} \sinh \beta \right\} \\ E U_{\beta} = (1+\nu) \left\{ (1-2\nu) \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\chi}{r} \right) + (1-\nu) \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{Q}{r} \right) \right\} \\ \quad - (1+\nu) \frac{r}{\beta} \left\{ (1-2\nu) \frac{\partial}{\partial \alpha} \sinh \alpha + (1-\nu) \frac{\partial}{\partial \beta} \sinh \beta \right\} \end{cases}$$

Case I に対する χ と Q は次のように求まる。

$$(6) \frac{\chi}{r} = K_0 \left\{ \phi \sin \beta + K_1 \alpha \sinh \alpha + K_2 \alpha (\cosh \alpha - \cos \beta) \right. \\ \left. + K_3 (\cosh 2\alpha - 1) \cos \beta + K_4 \sinh 2\alpha \cos \beta \right. \\ \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \left[L_n (\cosh (n+1)\alpha - \cosh (n-1)\alpha) \right. \right. \\ \left. \left. + M_n ((n-1) \sinh (n+1)\alpha - (n+1) \sinh (n-1)\alpha) \right] \cos n\beta \right\} \\ (7) \frac{Q}{r} = 2K_0 \left\{ \sin \beta \ln (\cosh \alpha - \cos \beta) + K_1 \beta \sinh \alpha + K_2 \beta (\cosh \alpha - \cos \beta) \right. \\ \left. + K_3 \sinh 2\alpha \sin \beta + K_4 \cosh 2\alpha \sin \beta \right. \\ \left. + \sum_{n=2}^{\infty} \left[L_n (\sinh (n+1)\alpha - \sinh (n-1)\alpha) \right. \right. \\ \left. \left. + M_n ((n-1) \cosh (n+1)\alpha - (n+1) \cosh (n-1)\alpha) \right] \sin n\beta \right\}$$

ここに、係数 $K_0, K_1, \dots, M_n$ は任意定数である（算定式省略）。

Case II, III については、式 (2) で与えられる $\chi_{2,3}$ が誘起する応力が境界条件を満足するように、追加の応力関数 χ' と変位関数 Q' を決定し、Case I に重ね合せれば良い。

4 解析結果と考察

Fig. 3 は水平変位拘束の初期応力 Case II について、トンネル掘削に伴う地盤の鉛直変位と水平変位を示す ($h_0/r_0 = 5, \nu = 0.25$)。

Fig. 4 は同一半径 r_0 のトンネルが深さ h_0 を異にする場合の地表沈下曲線を示し（Limanov の式が過大評価であることも示す）、また Fig. 5 はそのときのトンネル円周の変形状態を示す ($\nu = 0.25$)。

地表沈下の最大値 $U_{y, \max}$ は、Fig. 6 に見られるように、トンネル深さが増加しても、ほとんど減少しない。これは Fig. 7 に示すように、トンネル深さの増加とともに、トンネルフラウンの沈下 $U_{y, c}$ もまた著しく増加することによる。そこで、 $U_{y, \max}$ と $U_{y, c}$ の比を求めると、同図に示すように h_0 の増加とともに急激に減少することがわかる。すなわち、深いトンネルの場合のフラウンの沈下量は大きく、これを残したトンネルの場合と同程度に抑えることが可能であることを示す。

一、地表沈下トラフの幅 $2X_c$ は、Fig. 8 に示すようにトンネル深さ h_0 の増加とともにほぼ直線的に増大する。これは、Fig. 3 に見られるように地盤内の沈下がトンネルの左右両端からほぼ対称の領域を上方へ伝達されることによる。

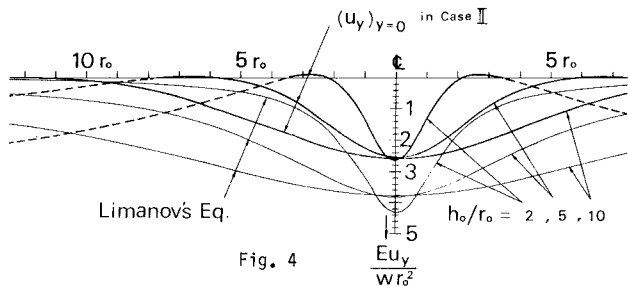


Fig. 4

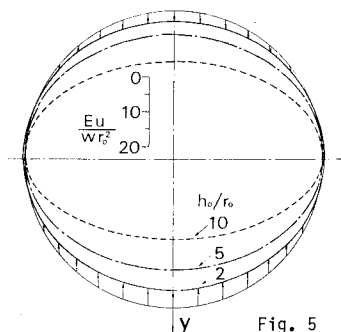


Fig. 5

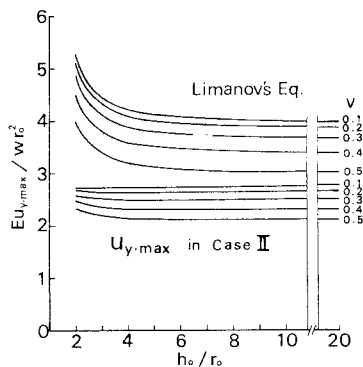


Fig. 6 最大沈下量

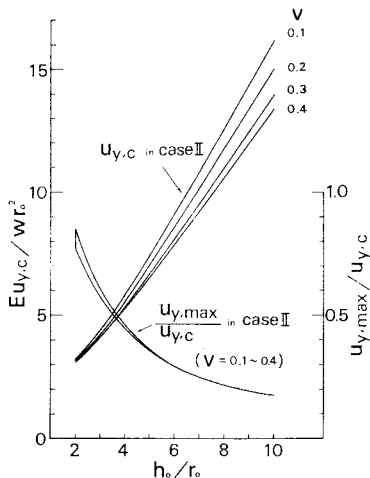


Fig. 7 $U_{y, c}$: トンネルフラウンの沈下量

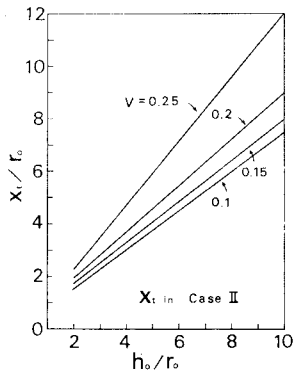


Fig. 8 沈下トラフ幅 X_c