

東北大学 正員 平井弘義
東北大学 正員 佐武正雄
東北大学 正員 柳沢栄司

1. 緒言

軟岩の時間依存性の力学挙動の定式化に際しては、数多くの問題点が提起される。その一つに降伏関数をどのようにして決定すべきかということがあげられる。時間に依存した挙動を示す材料である粘弾性体について、降伏規準を考えてゆくことは軟岩の降伏関数の手がかりを得るものであろうと考えられる。

著者ら¹⁾は先の発表において、粘弾性体の塑性挙動が静水圧に依存しない場合の降伏関数を提案し、その妥当性を明らかにした。さらに本研究においては、粘弾性体の塑性挙動が静水圧に依存する軟岩に関して、その降伏関数の提案を行なう。次に堆積軟岩の実験結果^{2),4)}を用いて、本研究において与えられた降伏関数の有用性を検討した。

2. 降伏関数の提案

まず、せん断変形に關与した保存エネルギーと散逸エネルギー³⁾から成る一次式を次のようにおく。

$$R_{dist} = \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^t G_1(t-\tau, t-\tau) \frac{\partial \epsilon_{ij}(\tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \epsilon_{ij}(\tau)}{\partial \tau} d\tau d\tau \\ - \omega \frac{1}{2} \int_0^t \int_0^t G_2(t-\tau, t-\tau) \frac{\partial \epsilon_{ij}(\tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \epsilon_{ij}(\tau)}{\partial \tau} d\tau d\tau \quad (1)$$

ここに t は時間、 G_1 はせん断緩和関数、 ϵ_{ij} は偏差ひずみ、 ω は材料定数を示す。また体積変形に關与した保存および散逸エネルギーから成る一次式を次のようにおく。

$$R_{dil} = \frac{1}{6} \int_0^t \int_0^t G_2(t-\tau, t-\tau) \frac{\partial \epsilon_{ii}(\tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \epsilon_{ii}(\tau)}{\partial \tau} d\tau d\tau$$

$$- \omega \frac{1}{6} \int_0^t \int_0^t G_2(t-\tau, t-\tau) \frac{\partial \epsilon_{ii}(\tau)}{\partial \tau} \frac{\partial \epsilon_{ii}(\tau)}{\partial \tau} d\tau d\tau \quad (2)$$

ここに G_2 は体積緩和関数、 ϵ_{ii} は体積ひずみを示す。先に著者ら⁴⁾が発表した弾塑性体の降伏関数を一般化して、次のような形の降伏関数を提案する。

$$f(t) = R_{dist} + a R_{dist}^{1/2} + b R_{dil} - c R_{dil}^{1/2} - R = 0 \quad (3)$$

ここに $f(t)$ は降伏関数、 a, b, c は材料定数、 R は硬化パラメータである。

3. 降伏応力に及ぼす載荷速度の影響

Gurtin と Herrera⁵⁾ によつて、粘弾性体の挙動は非常に速い(加速履歴)あるいは非常に遅い(遅延履歴)という2つの極限の履歴に対して弾性体の挙動として表わされることが示された。そこで式(3)において与えられる降伏関数を、三軸圧縮試験($\sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$)において考えよう。まず加速履歴に対しては式(3)は次のように書ける。

$$\lim_{\lambda \rightarrow \infty} f_\lambda\left(\frac{t}{\lambda}\right) = \frac{1}{3} J_1(\omega) p^2 + a \left\{ \frac{1}{3} J_1(\omega) \right\}^{1/2} p + b \frac{3}{2} J_2(\omega) p^2 \\ - c \left\{ \frac{3}{2} J_2(\omega) \right\}^{1/2} p - R = 0 \quad (4)$$

ここに $\lim_{\lambda \rightarrow \infty} f_\lambda\left(\frac{t}{\lambda}\right)$ は加速履歴に対する降伏関数、 J_1 と J_2 は Γ - Γ 関数、 $p = \sigma_3 - \sigma_1$ 、 $\rho = (2\sigma_1 + \sigma_3)/3$ である。次に遅延履歴に対しては式(3)は次のようになる。

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} f_\lambda\left(\frac{t}{\lambda}\right) = \frac{1}{3} J_1(\omega) p^2 + a \left\{ \frac{1}{3} J_1(\omega) \right\}^{1/2} p + b \frac{3}{2} J_2(\omega) p^2 \\ - c \left\{ \frac{3}{2} J_2(\omega) \right\}^{1/2} p - R = 0 \quad (5)$$

多くの場合、軟岩の供試体は比較的ゆっくりし

た載荷状態のもとで試験されるので、このときの応力履歴は遅延履歴に近いものと仮定される。それゆえ、式(5)で示される降伏関数は先に著者ら⁴⁾が提案した次のような弾塑性体の降伏関数に等しいと仮定される。

$$f = \frac{1}{3}g^2 + \frac{\alpha}{j^{1/2}}g + \beta p^2 - \gamma p - k = 0, \quad (6)$$

よって式(5)と式(6)より次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} a &= \alpha \{J_1(\omega)\}^{1/2}, \quad b = 6J_1(\omega)/J_2(\omega)\beta \\ c &= \{6/J_2(\omega)\}^{1/2}J_1(\omega)\gamma, \quad R = kJ_1(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

さて具体例として堆積軟岩(多孔質凝灰岩)に関する実験結果を用い、次式を仮定する。

$$\begin{aligned} J_1(0) &= 6.25 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{kgf}, \quad J_2(0) = 2.38 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{kgf} \\ J_1(\omega) &= 1.25 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{kgf}, \quad J_2(\omega) = 4.76 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{kgf} \end{aligned} \quad (8)$$

一方、 α, β, γ および初期降伏時における k の値は先の報告⁴⁾により求められているので、式(7)と(8)より次式を得る。

$$\begin{aligned} a &= 0.610 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{1/2} \\ b &= 2.35 \\ c &= 1.90 \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{1/2} \\ R &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

ゆえに式(8)と(9)を用いると初期降伏時における式(4)と(5)の降伏関数は図1のように求められる。拘束圧が5 kgf/cm²と15 kgf/cm²のとき、遅延履歴に対する降伏点はLとL'において与えられ、加速履歴に対してはMとM'において与えられる。すなわち、載荷速度の上

昇に伴い、降伏応力が増加することばかりで、軟岩の実験結果を図1は適切に表わしている。

4. あとがき

せん断変形と体積変形に関するそれぞれのエネルギーについて、保存および散逸エネルギーを考慮することによって軟岩の降伏関数を提案した。これを実験結果との比較検討により、その有用性を考察した。ここではγ-γ'降伏、応力-ひずみ関係、材料定数 ω の意味については言及しなかったが、これらについては別の機会に触れてみたい。

参考文献

- 1) 中井, 佐武: 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要, p. 3, 1981, 2) 赤井他2名: 土木学会論文報告集, 第262号, p. 75, 1979, 3) Christensen, R. M.: Theory of Viscoelasticity, Academic Press, 1971, 4) 中井, 佐武: 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要, p. 217, 1979, 5) Gurtin, M. E. and Herrera, I.: Quarterly Appl. Math., Vol. 23, p. 235, 1965, 6) 赤井他2名: 土木学会論文報告集, 第271号, p. 83, 1978.

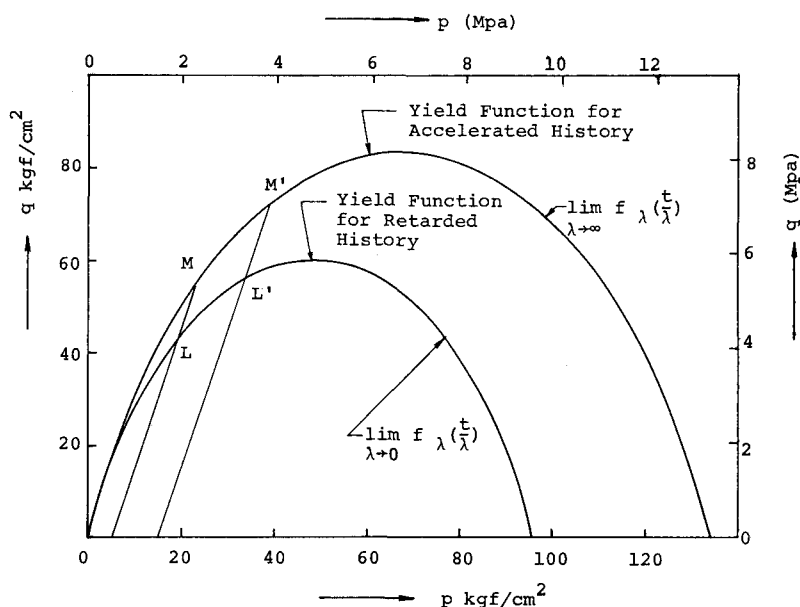


図1. 加速および遅延履歴に対する降伏関数 [2), 6)より]