

III-45 液状化を考慮に入れた地盤の非線形地震応答解析

日本国有鉄道・鉄道技術研究所 正員 那須 誠
同上 正員 垂水 尚志
センチュリリサーチセンタ(株) 正員 山本 学

1. まえがき

現在、各種の静的および動的応答解析の手法として有限要素法が広く用いられており、そのためのコンピュータプログラムも数多く開発されている。地盤工学の分野においても、有限要素法の応用は活発であり、様々な問題に利用されていることは周知のとおりである。繰り返し荷重をうける土の液状化の問題は、地震に対する安全な土構造物を構築する上で重要なものの一つであり、間隙水を含む土の構成関係および数値解析に関する研究も発表されている(たとえば文献[1], [2])。この問題に対する支配方程式としては、土骨格の運動方程式と間隙水圧の浸透流方程式を連成させる場合^[1]と、土骨格の締め固めを表わす自生的ひずみを導入し、これを間隙水圧と関係づけることにより、土骨格だけに対する運動方程式を導く場合^[2]とがある。第2の方法は非排水状態に対する解析方法としては有効であり、将来の非線形動的解析のためのアルゴリズムの範疇での取り扱いが可能となる。本論文では、土および構造物の静的・動的な非線形解析のために現在開発中のプログラム・システムにおいて、液状化を考慮した地盤の動的応答解析の部分について述べるものであり、なお定式化は基本的には文献[2]に従うが、非線形時における間隙水圧と自生的ひずみ関係等において論理的見地から修正した部分もある。

2. 地盤の構成方程式

間隙水を含む地盤の全応力 $\{\sigma\}$ は次のように分離することができる。

$$\{\sigma\} = \{\sigma^p\} + \{\sigma^u\} \quad (1)$$

ここで $\{\sigma^p\}$ は有効応力成分、 $\{\sigma^u\}$ は間隙水圧に関する成分であり次のとおりである。

$$\{\sigma^u\} = -P \{I_3\}; \{I_3\} = (1, 1, 1, 0, 0, 0) \quad (2)$$

上式において P は間隙水圧であり、圧縮を正とする。

ひずみは次のように分離できるものと仮定する。

$$d\{\epsilon\} = d\{\epsilon^p\} + d\{\epsilon^u\} \quad (3)$$

ここで $d\{\epsilon^p\}$ は有効応力に関するひずみ成分、 $d\{\epsilon^u\}$ は繰り返し荷重による土骨格の締め固めを表わす自生的ひずみ成分を表わし、自生的体積ひずみ $\bar{\epsilon}^u$ を用いて次のように表わされる。

$$d\{\epsilon^u\} = -d\bar{\epsilon}^u \{m_3\}; \{m_3\} = \{I_3\}/3 \quad (4)$$

ここで $d\bar{\epsilon}^u$ は自生的体積ひずみであり、圧縮を正とする。^[2,3] 応力-ひずみ関係は次のようになる。

$$d\{\sigma^p\} = [E^e] \cdot d\{\epsilon^p\} = ([E^e] + [E^p]) d\{\epsilon^p\} \quad (5)$$

$$dP = K \cdot d\bar{\epsilon}^u \quad (6)$$

ここで $[E^e]$ は弾性の構成マトリックスであり、

$$[E^p] = - \frac{[E^e] \left\{ \frac{\partial \Phi^p}{\partial \sigma} \right\} \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^t [E^e]}{- \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^t \left\{ \frac{\partial \Phi^p}{\partial \sigma} \right\} + \left\{ \frac{\partial f^*}{\partial \sigma} \right\}^t [E^e] \left\{ \frac{\partial \Phi^p}{\partial \sigma} \right\}} \quad (7)$$

$$1/K = \{I_3\}^t \cdot [E^e]^{-1} \cdot \{I_3\} \quad (8)$$

式(7)において、 Φ^p は塑性ポテンシャル、 f^* は降伏関数であり、 $\{\epsilon^p\}$ は $\{\epsilon^p\}$ のうちの塑性成分を表わす。

自生的体積ひずみはひずみ履歴の関数と考えることができ、文献[2]ではN.G.Iの実験データに対して次式を提案している。

$$d\bar{\epsilon}^u = \frac{A}{1+Bx} \cdot dx \quad (9)$$

ここで A 、 B は液状化前後でちがう値をとり、 dx はせん断ひずみ履歴を表わすパラメータであり、

$$dx = e^{\gamma_0} d\gamma \quad (10)$$

式(10)で μ は定数, θ , $d\xi$ は次に示すとおりである。

$$\theta = \frac{\bar{\sigma}^D}{\bar{\sigma}_{mo}^D} ; d\xi = \sqrt{d\{\mathbf{e}\}^T \cdot d\{\mathbf{e}\}} \quad (11)$$

$$d\{\mathbf{e}\} = ([\mathbf{I}] - \frac{1}{3}\{\mathbf{I}_3\}\{\mathbf{I}_3\}^T) \cdot d\{\mathbf{e}\}$$

なお, $[\mathbf{I}]$ は単位マトリックス, $\bar{\sigma}_{mo}^D$ は初期有効応力の静水圧成分, $\bar{\sigma}^D$ は有効応力 $\{\sigma^D\}$ の相当応力である。

3. 有限要素方程式

時刻 t における仮想仕事の原理は次のように表わせる。

$$\int \delta\{\mathbf{E}\}^T \cdot \{\sigma\} dV = \delta W_{ex} \quad (12)$$

ここで δW_{ex} は外力仕事の変分であり, 次のとおりである。

$$\delta W_{ex} = \int \delta\{\mathbf{u}\}^T \{\mathbf{t}\} dS + \int \delta\{\mathbf{u}\}^T \{\mathbf{f}\} - \mu\{\dot{\mathbf{u}}\} - \rho\{\ddot{\mathbf{u}}\} dV - \int \delta\{\mathbf{u}\}^T \rho\{\ddot{\mathbf{u}}\}^{(b)} dV \quad (13)$$

上式で, $\{\mathbf{u}\}$, $\{\mathbf{t}\}$, $\{\mathbf{f}\}$ は変位, 表面力, 物体力を表わし, $(\cdot)^{(b)} = d/dt$ であり, μ , ρ は粘性係数および密度であり, $\{\ddot{\mathbf{u}}\}^{(b)}$ は基盤の加速度である。

式(12)を離散するために, 次の有限要素近似を導入する。

$$\{\mathbf{u}\} = [\mathbf{N}]\{\hat{\mathbf{u}}\} ; \{\mathbf{E}\} = [\mathbf{B}]\{\hat{\mathbf{u}}\} \quad (14)$$

$$\{\dot{\mathbf{u}}\} = [\mathbf{N}_L]\{\dot{\hat{\mathbf{u}}}\} ; \{\ddot{\mathbf{u}}\} = [\mathbf{N}_L]\{\ddot{\hat{\mathbf{u}}}\}$$

式(14)と式(13)を考慮して式(12)に代入すると次式が得られる。

$$[\mathbf{M}_L]\{\ddot{\hat{\mathbf{u}}}\} + [\mathbf{C}_L]\{\dot{\hat{\mathbf{u}}}\} + \int [\mathbf{B}]^T \{\sigma\} dV = \{\hat{\mathbf{P}}\} \quad (15)$$

ここで

$$\{\hat{\mathbf{P}}\} = -[\mathbf{M}_L][\mathbf{I}_b]\{\ddot{\mathbf{u}}\}^{(b)} + \int [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{t}\} dS + \int [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{f}\} dV \quad (16)$$

$$[\mathbf{M}_L] = \int [\mathbf{N}]^T \rho [\mathbf{N}_L] dV, [\mathbf{C}_L] = \mu/\rho [\mathbf{M}_L] \quad (17)$$

式(15)は適当な差分スキームを用いることにより, 代数方程式に離散することができる。たとえば中央差分を用いた場合には次のようになる。

$$\{\mathbf{u}\}_{i+1} = ([\mathbf{M}_L] + \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{C}_L])^{-1} [(\Delta t)^2 \{\hat{\mathbf{P}}\} - \int [\mathbf{B}]^T \{\sigma\} dV + 2[\mathbf{M}_L]\{\mathbf{u}\}_i - ([\mathbf{M}_L] - \frac{\Delta t}{2} [\mathbf{C}_L])\{\mathbf{u}\}_{i-1}] \quad (18)$$

ここで $[\mathbf{M}_L]$ と $[\mathbf{C}_L]$ として集中系を用いると, 式(18)は連立一次方程式の解法を含まないアルゴリズムとなる。

4. 解析結果

鎮知した砂層が基盤で正弦波の加速度をうける場合の加速度と変位の時間履歴を図1, 2に示す。詳細および他の例題については講演会において述べる。

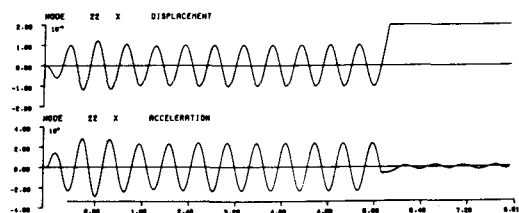


図1. 液状化を考慮した弾性解析

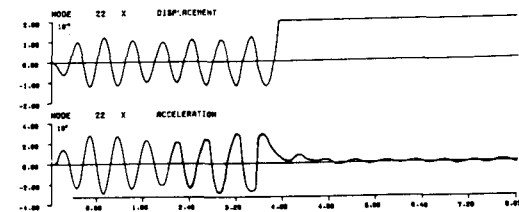


図2. 液状化を考慮した弾塑性解析

5. あとがき

現在, 種々の土に対して動的な構成関係を明確にするための実験も平行して進んでおり, また実際の現場盛土等に適用するための無限境界に対してもプログラムも完了している。これらについては機会を改めて報告する予定である。なお, 以上の研究は, 技術課題「構造物の地震対策に関する研究」の一環として, 「鉄道土木構造耐震強化の研究委員会」で検討されたものであり, 岡本委員長地の諸委員並びに村上施設局土木課長, 大橋前同課長, 山本構設次長, 岐工技管室地の方々に多大の御指導と御援助を受けて行きました。併せて, ここに感謝します。

参考文献

- [1] W. D. L. Finn, et al. "An Effective Stress Model for Liquefaction" J. GE Div, ASCE, 103, (1977)
- [2] O. C. Zienkiewicz, et al. "Nonlinear Seismic Response and Liquefaction", Int. J. Num. An. Ge. Vol. 2, (1978)
- [3] 武田, 岩田 "有限要素法による熱非弾性解析理論の汎用化について" STAN 資料, (1976)