

都立大学工学部 正会員 小林 慶 夫
都立大学工学部 正会員 湯 浅 欽 史

まえばさ 砂のような摩擦性塑性体の破壊規準としてはモール・クーロンの破壊規準があり、これと力のつり合い式を用いて砂構造物の応力境界値問題を解くことはできる。その際、このモール・クーロンの破壊規準が塑性ポテンシャルであるとして変形性状の検討がなされる。しかし、この仮定は砂のせん断変形時における過大な体積膨張を要求することになり、実験結果との差が大きすぎるため用い得ないとされている。^{1), 2)} ここで、実際にこの差かどの位のもので、どのような特徴をもつかを検討した。とり上げた実験値は、いろいろな詰め方により作られた密詰めよりゆる詰めまでの砂供試体についての側圧(2 kgf/cm²)一定の三軸圧縮試験の結果である。また、等方的な力学特性をもつ砂供試体の三軸圧縮、三軸伸張、平面ひずみ試験の結果も示した。

モール・クーロンの破壊規準と流れ則 三次元モール・クーロンの破壊規準は、粘着力がゼロであるとするとき、

$$[(\sigma_1 - \sigma_2) - (\sigma_1 + \sigma_2) \sin \phi] [(\sigma_2 - \sigma_3) - (\sigma_2 + \sigma_3) \sin \phi] [(\sigma_3 - \sigma_1) - (\sigma_3 + \sigma_1) \sin \phi] = 0$$

と書ける。これを縦軸に σ_1 、横軸に $\sqrt{2}\sigma_2 = \sqrt{2}\sigma_3$ をもついわゆるレンドリックの応力面に表示すると図-1の二本の斜線(実線)になる。上方が三軸圧縮状態に対応し、下方が三軸伸張状態に対応する。この破壊規準が塑性ポテンシャルであるとするとき、各方向のひずみ増分量 $d\epsilon_i$ ($i=1, 2, 3$) は、

$$d\epsilon_i = \lambda \frac{\partial f}{\partial \epsilon_i} \quad (i=1, 2, 3)$$

から得られるはずである。この点を実験的にたしかめてみた。

実験の方法 用いた砂試料、供試体の詰め方、力学試験の方法を表-1に示した。ここに掲げたすべての実験において変形が一樣になるように工夫した。供試体の圧縮方向に対するその垂直方向のひずみは、供試体を出入りする水の体積より算出した。実験番号1~3の供試体は、力学的に等方的なよう作製した。³⁾

実験番号4~10の供試体の作製法は参考文献4)に示したものである。表-1の中で、“供試体の方向”というのは、砂を落下させることにより作製した供試体の落下方向を圧縮方向にした場合を“タテ”、その方向に垂直な方向を“ヨコ”とした。

砂の変形特性 得られた実験の結果を以下の図に示した。図-2 実験番号1と10の場合についての軸ひずみ ϵ_i と半径方向ひずみ ϵ_r の関係を示した。*印のところが最大の強度を示す点である。極端なゆる詰めの場合9, 10を除けば、この点の前段で比較的良好な線型性を示す。1と3の方向のひずみ増分を

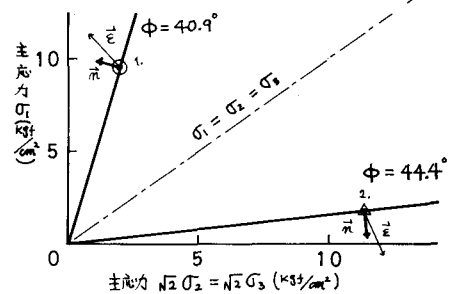


図-1 モールクーロン破壊規準のレンドリック面表示

実験番号	記号	砂の種類	粒径 mm	比重	詰め方	初期 側圧 kgf/cm ²	試験法	供試体の 方向	供試体寸法
1.	○	普通砂	0.2	0.65	精製法	0.62	三軸圧縮	(タテ)	φ5 × 11 ^{mm}
2.	△	“	“	“	“	“	三軸伸張	(“)	“
3.	□	“	“	“	“	“	平面ひずみ	(“)	2 × 6 × 8 ^{mm}
4.	↑	“	“	“	空中落下	0.62	三軸圧縮	タテ	φ5 × 11 ^{mm}
5.	→	“	“	“	“	“	“	ヨコ	“
6.	↓	“	“	“	空気落	0.77	“	タテ	“
7.	←	“	“	“	“	“	“	ヨコ	“
8.	↖	“	“	“	“	“	“	ヨコ	“
9.	↑	“	“	“	水中落下	0.90	“	タテ	“
10.	→	“	“	“	“	“	“	ヨコ	“
11.	○	ガラス	“	0.47	精製法	0.55	“	タテ	“
12.	□	“	“	“	水中落下	0.63	“	タテ	“

表-1 実験方法

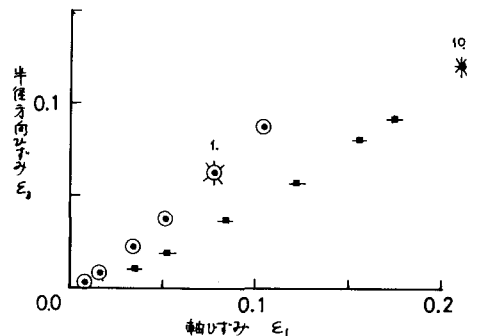


図-2 $\epsilon_i \sim \epsilon_r$ 関係

$\delta\varepsilon_1, \delta\varepsilon_3$ とすると、この勾配は $\delta\varepsilon_3/\delta\varepsilon_1$ (弾性論におけるポアソン比に相当する) と書ける。これは塑性変形のない範囲において一定であるとみなせる。図-3 は供試体の初期間隙比 e_0 と $\delta\varepsilon_3/\delta\varepsilon_1$ との関係を示したものである。強度異方性をもつ砂でも、そのひずみ増分特性 ($\delta\varepsilon_3/\delta\varepsilon_1$) という面についてはほとんど差がないようである。図-4 は、せん断抵抗角 $\phi = \tan^{-1}(\sigma_1 - \sigma_3)/(\sigma_1 + \sigma_3)$ と $\delta\varepsilon_3/\delta\varepsilon_1$ との関係を示す。図中に、三軸圧縮試験の場合のファンミセス、トレスカの破壊規準を塑性ポテンシャルとしたときの関係を示した。

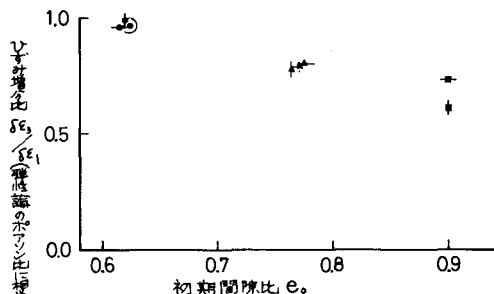


図-3 初期間隙比とひずみ増分比の関係

ここで図-1 に戻って、実験番号 1 と 2 の場合について主応力方向に対する実験より得られたひずみ増分の方向を細い矢印で示した。次に、このひずみ増分の方向に直交するようなモール・クローロンの破壊規準に相当するせん断抵抗角をダイレイタンス角 ψ とし、 ϕ と ψ との関係を図-5 に示した。図中、45° の勾配をもつ直線上に実験値が乗れば、モール・クローロンの破壊規準を塑性ポテンシャルとして採用できることになる。結果は図に示す如く大きく異なっている。しかし、その勾配は、豊浦砂の場合もカウス玉の場合も 45° に近いことが認められる。

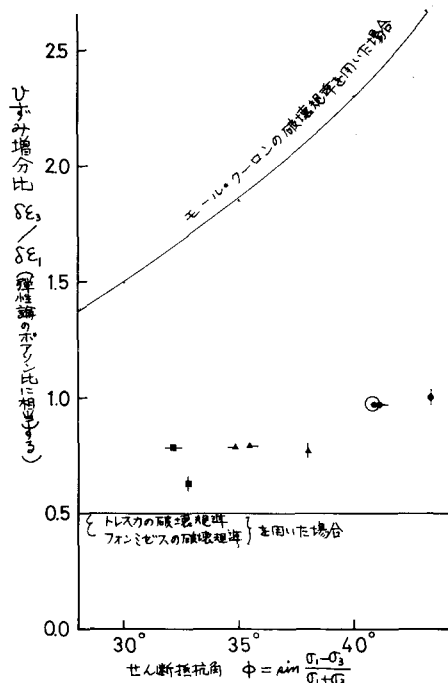


図-4 せん断抵抗角とひずみ増分比の関係

さらに、等方的な力学特性をもつ砂供試体についての三軸圧縮、三軸伸張、平面ひずみ試験より得られた ϕ と ψ の関係を表-2 に示した。三種の試験より得られた結果は、ダイレイタンス角 ψ がせん断抵抗角 ϕ にくらべて著しく小さな値になっている。しかし、それと ϕ の値は比較的近いことが認められる。

まとめ 砂についてのモール・クローロンの破壊規準をどのような塑性ポテンシャルとすることはできないが、その間に一定の関係が存在するようである。最大主応力方向と他の主応力方向へのひずみ増分の比が、最大の強度を示す点を含む範囲で一定値をもつことと合わせて、これは砂の変形問題において今後検討されるべき課題の一つであろう。

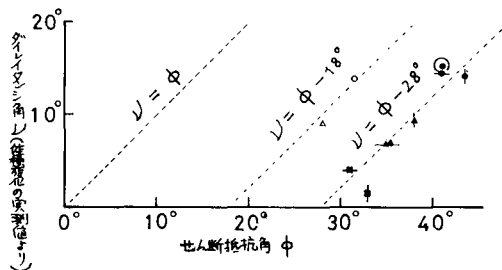


図-5 せん断抵抗角とダイレイタンス角の関係

参考文献

- 1) 最良雄編著「土質力学」, 第7章「土の塑性力学」(山田相樹)
- 2) J. Salomonson (1974): *Theorie de la Plasticite pour les Applications a la Mecanique des Sols*. Editions Eyrolles, Paris.
- 3) 小林 (1980) "等方的な力学特性をもつ砂試料の1-5 試験法" 第15回土質工学研究発表会
- 4) 小林 (1981) "落下堆積砂の異方性" 第16回土質工学研究発表会

実験番号	試験法	せん断抵抗角 ϕ	ダイレイタンス角 ψ
1.	三軸圧縮	40.9°	15°
2.	三軸伸張	44.4°	14°
3.	平面ひずみ	44.4°	10°

表-2 等方な供試体から得られた ϕ と ψ の関係