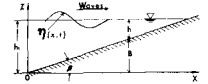


〇(株)三菱総合研究所 正会員 後藤真太郎
 岐阜大学工学部 正会員 安田孝志
 京都大学防災研究所 正会員 土屋義人

1. 緒言 Longuet-Higginsを中心としたグループの最近の一連の研究によって、波高を変数としたときの有限振幅定形波の積分量とくにエネルギーに極値が存在するという極めて興味ある結果が明らかにされ、波エネルギーにおける極値の存在と碎波条件との関係について強い関心が払われるようになってきたことは周知の通りである。しかしながら、Longuet-Higginsらの計算は対称な波形を持つ定形波を対象としたものであり、最大波高の波のエネルギーが必ずしも最大値をとらないことを示しているに過ぎず、浅水化の過程における斜面上の波のエネルギーに極値が現れることを直接示しているものではない。このため、Longuet-Higginsらの計算結果から直ちに斜面上の碎波条件を議論することには若干の躊躇があるように思われる。ここでは、角谷の手法²⁾による斜面上のK-dV方程式とDeanの流れ関数法を併用して斜面上の波エネルギーを計算し、その浅水変化の特性と碎波条件との関係について若干の考察を試みる。

2. 斜面上の波エネルギーの計算法 図-1のような非回転流体場での波動運動を考えることにすれば、基礎方程式は周知のように次式で与えられる。



$\nabla\phi=0$, $\phi_t + (\phi_x^2 + \phi_z^2)/2 + g\eta|_{z=\eta} = 0$, $\eta_t + \phi_x \eta_x - \phi_z|_{z=\eta} = 0$, $B_x \phi_x - \phi_z|_{z=B} = 0$ (1) 図-1 座標系および記号の説明
 ここに、 ϕ ; 速度ポテンシャル, η ; 平均水面からの水面変動量, B ; 水平座標から水底までの高さ, h ; 座標原点での平均水深, および g ; 重力の加速度である。ここでは、上式を直接解くのではなく、 η に関して、すでにその適用性が明らかにされている斜面上の波のK-dV方程式を角谷にならうと導き、これの数値解を用いることにし、また水粒子速度に関して是以下Fに述べるようにDeanの流れ関数法を導入し、求められた η に対応する流れ関数 ψ を求めることにする。このため、次の仮定を設ける。

i) 水深 h は εX ($\varepsilon \ll 1$) に依存して緩やかに変化する。
 ii) 時間波形 $\equiv$ 空間波形, すなわち $\eta(x,t) = \eta(x-ct)$ 。iii) 速度ポテンシャルに対しても同様な互相關係, すなわち $\phi(x,z,t) = \phi(x-ct,z)$ が成立するものとする。これらの仮定を式(1)に適用して $O(\varepsilon)$ で整理し、速度ポテンシャル ϕ との間に $\psi_z = \phi_x - c$, $\psi_x = -\phi_z$ の関係にある流れ関数 ψ を導入して式(1)を書き換えれば、次式が導かれる。

$$\nabla\psi=0, (\psi_x^2 + \psi_z^2)/2 + g\eta|_{z=\eta} = c^2/2, \psi|_{z=\eta} = \psi_\eta + (c-u_0), \psi_x|_{z=B} = 0 \quad (2)$$

η は斜面上のK-dV方程式の数値解として与えられるので、求める解は上式を満足する一様水深場での流れ関数

$$\psi^* = [1/\{X(\omega)\sqrt{g/h} - u_0/\sqrt{gh}\}](\zeta-1) + \sum_{n=4,6,8}^{N-1} \sinh(n-2)\pi X(\omega)\zeta [X(n)\cos\{(n-2)\pi\zeta\} + X(n+1)\sin\{(n-2)\pi\zeta\}] \quad (3)$$

となる。ここに、 $\psi^* = \psi/\sqrt{gh}$, $X(n)$; 流れ関数の係数であり、とくに $X(\omega) = T\sqrt{g/h}$, $X(\omega) = h/L$ および $X(\omega) = \psi_\eta/h\sqrt{gh}$ とする。また、 u_0 ; Euler座標での質量輸送速度, $\zeta = (z-B)/h$, $\eta = (x-ct)/L$, T ; 周期, および L ; 波長である。式(3)に含まれる u_0 は自由表面での動力学的境界条件式を1周期平均することによって、

$$u_0 = [c - \bar{u}_w - \sqrt{c^2 - \bar{w}^2}] \zeta = \eta \quad (4)$$

のように導かれる。ここに、 $\bar{u}_w$; 水平水粒子速度の周期成分, $\bar{w}$; 鉛直水粒子速度, および $\bar{\cdot}$ は1周期平均を示す。式(4)によって u_0 を与えるということは、未知係数 $X(n)$ に関して非線形方程式とは、という動力学的条件式を無条件に満足させ、計算労力を大幅に軽減することになる。したがって、未知係数 $X(n)$ は、式(2)の運動学的境界条件に式(3)を代入することによって導かれる

$$\eta(\omega) = [X(\omega) - \sum_{n=4,6,8}^{N-1} \sinh(n-2)\pi X(\omega)(1+\eta)\{\psi_x(n)\cos(n-2)\pi\eta + \psi_x(n+1)\sin(n-2)\pi\eta\}]/\{X(\omega)\sqrt{g/h} - u_0/\sqrt{gh}\} \quad (5)$$

を、与える波形 η に対して解くことにより決定される。なお、実際の計算は、Deanにならうと式(5)の誤差の二乗和の平均値を最小化するように行った。こうして決定された $X(n)$ を式(3)より導かれる水平および鉛直水粒子速

度 u および w の表示式

$$u/\sqrt{gh} = u_0/\sqrt{gh} - \sum_{n=4,6,8}^{n=1} [(n-2)\pi X_1 \cosh(n-2)\pi X_0 \zeta \{X_1 \cos(n-2)\pi X_0 + X_{(n+1)} \sin(n-2)\pi X_0\}] \quad (6)$$

$$w/\sqrt{gh} = \sum_{n=4,6,8}^{n=1} [(n-2)\pi X_2 \sinh(n-2)\pi X_0 \zeta \{-X_1 \sin(n-2)\pi X_0 + X_{(n+1)} \cos(n-2)\pi X_0\}] \quad (7)$$

に適用し、これらをさらにポテンシャルエネルギー E_p および運動エネルギー E_k の表示式に適用すれば、求める斜面上における波エネルギーが計算されることになる。
 3. 波エネルギーの浅水化に伴う変化と碎波条件 図-2, 3 および 4 は、上述

のように計算された E_p および E_k の他に全エネルギー E_t の浅水化に伴う変化を、surf-similarity parameter $\xi = \tan^2 \beta / (H_b/L_0)^{1/2}$ をパラメータとして示したものである。図中の黒丸は、次式の合田の碎波指標

$$H_b/L_0 = 0.17 [1 - \exp\{-1.5(\pi H/L_0)(1 + 15 \tan^2 \beta)\}] \quad (8)$$

によって計算された碎波点を示す。計算は、波峯での曲率 r_{xx} の値が 10^4 程度に達したときに生じる減衰・不安定の開始点を碎波点とし、この点まで実施した。まず、図-2 から明らかなように、非対称波形の波においてもポテンシャルエネルギーの浅水変化に極値が生じていることがわかる。こうした傾向は合田の指標によって碎波点を与えた場合にも現われ、これらの碎波点の直前において波形が急速に尖鋭化することがわかる。ついで、図-3 から、 $\xi < 1.2$ はポテンシャルエネルギーの場合と同様な極値が生じるが、 $\xi = 1.58$ では極値の発生が見られず、運動エネルギーの場合には極値の発生が ξ の値に依存していることがわかる。このように、ポテンシャルエネルギーと運動エネルギーの浅水変化に相違が見られるが図-4 の全エネルギーに関しては $\xi = 1.58$ の場合以外はいずれも極値の発生が認められる。このように消エネルギーの浅水変化における極値の発生の有無は ξ の値に依存しており、極値の発生を1種の分岐現象と考えるならば、この理論では $\xi = 1.00$ と 1.58 の間に極値の発生有無を支配する分岐点 ξ_c が存在するように思われる。一方、碎波形式が ξ の値に依存して変化することは周知の通りであり、Galvin らによれば、 $\xi > 0.5$ では plunging 型および $\xi < 0.5$ では spilling 型に分類されている。このことは、 $\xi = 0.5$ が碎波形式の分岐点となつて、このことを示し、波エネルギーの極値の発生の有無と碎波形式とが共に ξ に依存する分岐点によって分類されていることを示している。これら両者の分岐点における ξ の値に相違は認められるが、 $\xi < \xi_c$ では極値が現れ、碎波形式は spilling 型に対応し、 $\xi > \xi_c$ では極値は生じず、碎波形式は plunging 型になるものと考えられる。このことから、spilling 型の碎波条件は浅水化の過程における波エネルギーの減少による不安定性によるものであり、一方 plunging 型の碎波条件に関しては消エネルギーに極値を生じないので、エネルギー的には安定であり、別の原因で不安定になるものと思われる。

4. 結 語 以上、ここで示した結果は斜面上の波の基礎方程式の直接的な解によるものではないという問題点を残しているが、斜面上の波エネルギーの浅水変化の特性と碎波形式の間に対応があり、波エネルギーの極値の発生が spilling 型碎波の碎波条件となることを示した。今後は、さらに高精度の解析を行い、plunging 型碎波をも含めた碎波条件について検討を試みて行きたい。

参考文献: 1) Kakutani, T.; Jour. Phys. Soc. Japan, Vol. 30, No.1, pp 272-276, 1971.

2) 合田良実; 港港技術研究所報告, 第14巻, 第3号, pp 59-106, 1975.

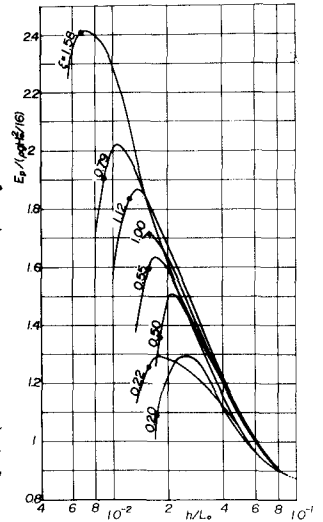


図-2 ポテンシャルエネルギーの浅水変化

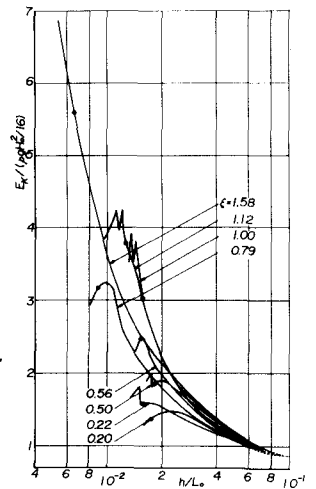


図-3 運動エネルギーの浅水変化

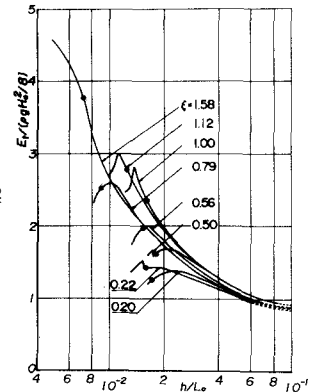


図-4 全エネルギー浅水変化