

金沢大学大学院 学生員 ○中島光若
金沢大学工学部 正会員 石田 啓
金沢大学大学院 学生員 山口 登

1. はじめに 著者らはすでに底面の変化に伴う波の変形について考究しており^{1),2)}特に、前報²⁾では、非線形性のみならず分散性および底面勾配効果を考慮した場合の孤立波の変形について検討した。しかし、沿岸構造物に作用する波力あるいは底質の移動などを取り扱う場合には、水面波形のみならず、その内部機構を知ることが極めて重要となる。したがって、ここでは引き続きクノイド波を初期波とした場合の斜面上の波の波速および水粒子速度について検討する。

2. 基礎方程式および計算方法 基準となる水深を h_0 、そこにおける波の高さを η_0 、重力加速度を g で示すが、 $L_0/\sqrt{g h_0}$ で割って無次元化した速度ポテンシャル ϕ を、

$$\phi(x, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (y+h)^n \phi^{(n)}(x, t) \quad \text{----- (1)}$$

のように $(y+h)$ のべきで展開し、これをラプラスの式および底面における境界条件式に代入すれば、 ϕ に関する漸化式が得られて、すべての $\phi^{(n)}$ が $\phi^{(0)}$ を用いて表わされる。ここに、 x および y は L_0 で割って無次元化した水平および鉛直方向座標ならびに水深であり、 t は $L_0/\sqrt{g h_0}$ で割った無次元時間である。この結果を用いると、水面における条件式は、

$$\eta_t + u^{(0)} \eta_x + (h+\eta) u_x^{(0)} - \frac{h^3}{6} u_{xxx}^{(0)} = A u^{(0)} + B u_x^{(0)} + \frac{3}{2} h^2 h' u_{xx}^{(0)} + O(\varepsilon^6) \quad \text{----- (2)}$$

$$u_t^{(0)} + u^{(0)} u_x^{(0)} + \frac{\eta}{2} u_x^{(0)} - \frac{h^2}{2} u_{xx}^{(0)} t = [(K')^2 + h K'] u_t^{(0)} + 2 h K' u_{xt}^{(0)} + O(\varepsilon^5) \quad \text{----- (3)}$$

となる。ここに、 $u^{(0)} = \phi_x^{(0)}$ 、 $A = -h' + (K')^3 + 3 h K' h' + \frac{1}{2} h^2 h''$ 、 $B = 2 h (K')^2 + \frac{3}{2} h^2 h''$ 、 $\varepsilon = h_0/L_0$ であり、 K' および h'' は h の x 方向導関数、 η は L_0 で無次元化した水面の高まりである。これらを特性曲線表示すると、

$$\frac{d\eta}{dt} = 0 \text{ 上で, } \frac{d\eta}{dt} = a (= \eta_t) \text{ および } \frac{d\phi}{dt} = \Omega (= a_t) \quad \text{----- (4)}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dt} &= \pm \sqrt{3(h-hK'^2-h^2h'')/E(1-hK'/2)} \text{ 上で, } \left(\frac{h}{2} \pm \frac{h u^{(0)}}{2}\right) \frac{d\eta}{dt} + \frac{5 h K'^2}{12} \frac{d\phi}{dt} + \left(1 - \frac{1}{2} h K'\right) \frac{E h^2}{8} \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \frac{E h^2}{12} \frac{d^2 \Omega}{dt^2} \\ &= \left[\frac{h}{2} \left(\frac{K'}{h} \eta - K' + (K')^3 + \frac{3}{2} h K' h' + 2 h K' h'\right) + \frac{E h^2}{8} \Omega\right] u^{(0)} + \frac{h K'}{8} \left(\frac{5}{2} h - \varepsilon^2\right) \Omega + \left[\frac{\eta}{2} - \frac{h}{3} + \left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon^2}{2}\right) u^{(0)}\right] a \quad \text{----- (5)} \end{aligned}$$

となる。初期波は一様水深部における空間波形を与えるため、周期波に対しては、便宜上、波の前端と後端を静水面に滑らかに接続した波形を用いた。計算は Δx 幅を一定とする長方形格子法を採用した。

波速は求めた空間波形から、ある時間に峰が進行した距離をその時間で除して求めた。また、任意点の水粒子速度は、 $u^{(0)}$ を用いて、

$$u/\sqrt{g h_0} = u^{(0)} - (K')^2 u^{(0)} - 2 K'(y+h) u_x^{(0)} - \frac{1}{2} (y+h)^2 u_{xx}^{(0)} \quad \text{----- (6)}$$

$$\begin{aligned} w/\sqrt{g h_0} &= -K' [1 - (K')^2] u^{(0)} - 2 (y+h) [1 - 2 (K')^2] u_x^{(0)} \\ &\quad + \frac{3}{2} h' (y+h)^2 u_{xx}^{(0)} + \frac{1}{6} (y+h)^3 u_{xxx}^{(0)} \quad \text{----- (7)} \end{aligned}$$

と表わすこと加へて、水平水粒子速度 $u/\sqrt{g h_0}$ は(6)式を用いて計算した。

3. 計算結果および考察 図-2は、斜面上の波の計算値を岩垣⁵⁾による実験値と比較したものである。計算値は非周期波であるにもかかわらず、周期波である実験値とよく一致している。このことは、計算方法の妥当性を示すと共に、計算に用いた非周期波を周期波とみなして差しつかえないことを意味していると言える。

図-3は、斜面上の波の水平水粒子速度の鉛直分布を、岩垣⁵⁾の実験

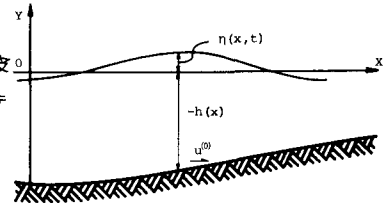


図-1 座標系

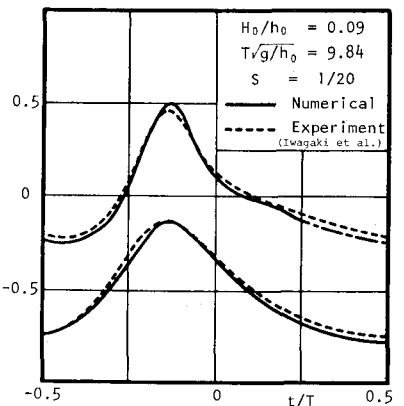


図-2 斜面上の波の波形に関する計算値と実験値との比較

値と比較したものである。計算値では、峰における水平水粒子速度 u_c は必ずしも最大水平水粒子速度 u_{max} になるとは限らず、両者には、若干のズレが生ずるが、砕波点近傍以外の地点でのズレは、さほど大きくはな
 しかも、これらの計算値は実験値に良く一致している。したがって、砕波点近傍以外に対しては、この計算方法
 は妥当と考えられる。図-4 は、斜面上の波速の計算値を岩垣らの実験値と比較したものであり、(a) および (b) の
 計算値は、実験値よりも若干大きいが、ほぼ一致していると言える。図中には、水面における最大水粒子速度を
 合わせて表示したが、最大水平水粒子速度の値が水架減少に伴い、波速の値に近接していく様子がわかる。

最後に、斜面上の水面波形、水面における水平水粒子速度および底面にお
 ける水平水粒子速度の空間分布および波速をまとめて図-5 に示す。計算例
 は波形勾配の異なる2例を提示する。(a)、(b) 共に、計算条件として、斜面勾
 配は $1/20$ 、初期水架波長比は 0.08 とし、波形勾配は、(a) では、 0.005 、(b) で
 は、 0.02 とした。波形に関しては、(a)、(b) 共に、斜面上を進行するに伴い、
 波長が縮まり、波峰は前傾化し、さらに尖鋭化する様子がわかる。水粒子速
 度については、(a) では、波形とよく対応した形状となり、また、 u_c と u_{max} の
 ズレは生じていないが、(b) では、第2図および第3図において、若干ズレが
 生じており、さらに第4図では、水粒子速度の峰が2つ生じるという不合理
 な結果となる。これは、第4図では、波高水架比が $H/h = 0.87$ であり、すな
 わち砕波限界に達しているために生じた不合理であると思われる。なお、詳
 細な点は、他の計算例と共に、読書時に述べる予定である。

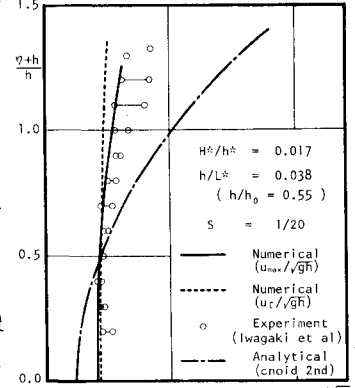


図-3 斜面上の水粒子速度の鉛直分布に関する実験値との比較

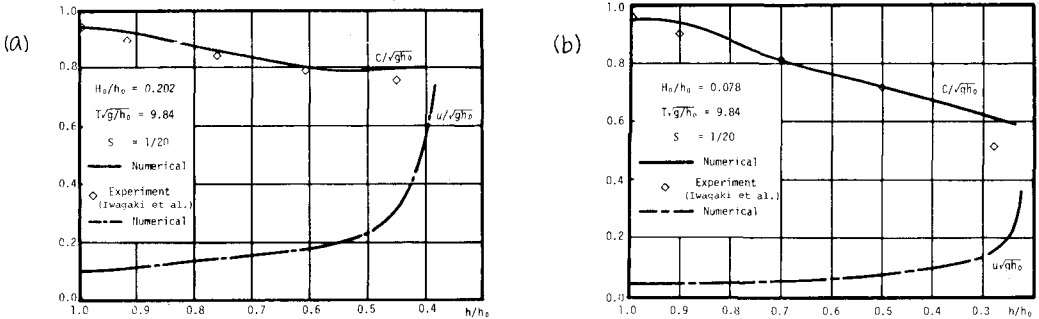


図-4 斜面上の波の波速に関する計算値と実験値との比較

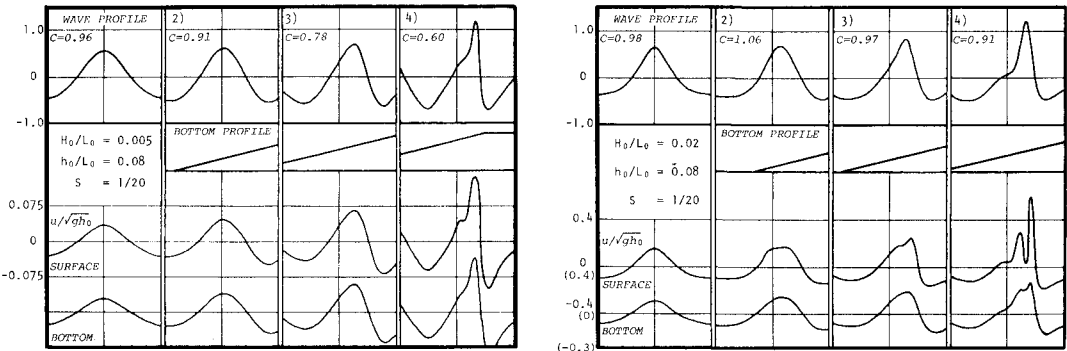


図-5 斜面上の波の波形および水平水粒子速度の空間分布および波速

《参考文献》

1) 石田・中島 第35回年報発表集, p.3.
 2) 石田・中島 昭和55年度中部支部発表要録集, p.108.
 3) Mez, C.G. & Le Méhauté B: Note on the Equations of Long Waves over an Uneven Bottom, 1966, J. G. R. 71, 393.
 4) 岩垣・西井: ク/イ波に関する研究(第7報), 昭和47年, 京大防衛研究年報第12号, pp.69-88.
 5) 岩垣・西井・川島: 斜面上の波の水粒子速度の鉛直分布について, 第18回年報発表集, pp.93-96.