II-354　有色ノイズを導入した流出予測

京都大学工学部　正員　宝　馨
京都大学工学部　正員　高棹　琢馬
京都大学工学部　正員　椎葉　充晴

1. はじめに

洪水流出の予測においては，時々刻々得られる観測情報を最大限に利用し，予測値のみならずその精度までをも明らかにするような実時間の予測方式が最適な予測方式である，と筆者らは考えている。そのような予測方式を確立するため，流出システムを確率論的な（stochastic）状態空間モデルで表現し，フィルタリング理論を応用して流出予測計算を行なってきた。そのとき，モデルに含まれる攪乱項が必ずしも白色であると仮定しえないことを指摘した。[1] したがって，攪乱項が白色でない（すなわち系列相関をもつ）場合を考察する．ここでは，(1)式のような移動平均（Moving Average，MA）型の攪乱項を対象とする。

$$w_k = e_k + c_1 e_{k-1} + c_2 e_{k-2} + \cdots + c_m e_{k-m} \quad , \; e_i \text{ は平均値0の正規白色ノイズ} \tag{1}$$

時系列 $\{w_j\}$, $j=1,2,\cdots$ は明らかに系列相関をもつ有色ノイズである。

本研究では，まず，いわゆる統計的な数理モデルを用いてノイズの有色性を考慮した流出予測を検討する．さらに，状態空間モデルに有色ノイズを導入することについても言及する。

2. 有色ノイズをもつ数理モデルとその同定

i 時間ステップ先の流量と，現時点 k までの降雨・流量との関係式として，

$$q_{k+i} = f(R^k, Q^k) + w_{k+i} \tag{2}$$

を考える。ここに，q_{k+i} は時点 $k+i$ の流量，R^k, Q^k はそれぞれ 現時点 k までの降雨 r_j，流量 q_j（$j=0,1,\cdots,k$）の時系列で f は一般にはそれらの非線形関数。w_{k+i} は (1) の形式の MA(m) 型ノイズである。

次のような2つの異なるタイプのモデルを取扱う。

［i］ ARMAX（l, m, n）モデル――線　形

$$q_{k+i} = a_1 q_k + \cdots + a_l q_{k-l+1} + b_1 r_k + \cdots + b_n r_{k-n+1} + e_{k+i} + c_1 e_{k+i-1} + \cdots + c_m e_{k+i-m} \tag{3}$$

［ii］ GMDHMA（m）モデル――非線形

$$q_{k+i} = f(R^k, Q^k) + e_{k+i} + c_1 e_{k+i-1} + \cdots + c_m e_{k+i-m} \tag{4}$$

ただし，l，m，n はモデル次数を表わす。定係数 $a_1,\cdots,a_l, b_1,\cdots,b_n, c_1,\cdots,c_m$ は Davidon のアルゴリズムを用いた最尤法[3]によって，(4) 式中の f は修正 GMDH[4] によって，それぞれ同定する。モデル同定の良否の判定基準として，ノイズ e_j の白色性のチェックおよび AIC（赤池の情報量基準）によるチェックを行なう。

3. 実データを用いた検討

神流川流域（373.6 km²）の時流量データにより，同定・予測計算を行なった。

ARMAX モデルの次数は，簡単のため $l=m=n$ とした。1時間先の流量の予測モデル ARMAX(1, 1, 1),…, ARMAX（10,10,10）のうち ARMAX（3,3,3）が最良のモデルであった。Fig. 1. は再現誤差（$=e_{k+1}$）のコレログラムであり，これはほぼ白色の系列であるとみなしてよいであろう。Fig. 2. は1時間先の予測ハイドログラフで，Fig. 3. はその予測誤差のコレログラムである。

GMDHMA モデルについても同様の解析を行なった．最良モデルは GMDHMA（1）である。予測ハイドログラフの一例を Fig. 4. に示す。

これらの結果から，有色ノイズをもつ数理モデルによる1時間先の流量予測値は良好な結果を得ていると考えられる。コレログラム解析によってもモデル同定が満足できるものであることが裏づけられている。

有色ノイズをもたないモデルとして，(3)，(4)式中の係数 $c_1=\cdots=c_m=0$ であるような ARX(ℓ, n) モデル，GMDHモデルそれぞれについて流量予測計算を行なって，ARMAX，GMDHMA と比較した。予測誤差の標準偏差は，線形モデルでは1%，非線形モデルでは6%，有色ノイズをもつモデルの方が小さいという結果を得た。このことは，有色ノイズを導入することの有用性を示すものである。

ARMAX(3,3,3) と GMDHMA(1) とでは ARMAX(3,3,3) の方がわずかに予測誤差が小さかったが，Fig.2. や Fig.4. を見ると，この程度の予測ハイドログラフであればどちらも十分に実用的であると言えよう。また，最良の予測モデルの判定基準としては AIC は必ずしも適切なものとは言えない結果も得た。[2]

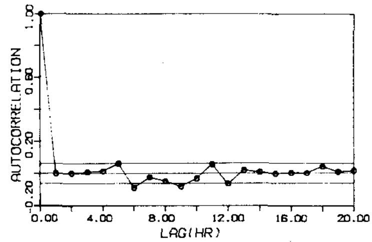

Fig. 1. Autocorrelation function of the reproduction error in ARMAX(3,3,3). 95% confidence level of whiteness is 0.06.

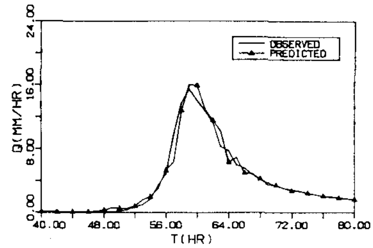

Fig. 2. One-hour ahead prediction of No. 11 flood by ARMAX(3,3,3).

4. 状態空間モデルへの有色ノイズの導入

1.の冒頭で述べたような最適な予測方式を確立するためには状態空間モデルの攪乱項の有色性を考慮する必要がある。その一つ前の段階として前節までにおいて，統計的な数理モデルによって有色ノイズの導入をはかり，その有用性を確認した。

状態空間モデルに有色ノイズを導入するには，たとえば次のような形式のものが考えられよう。[2] ($k=1,2,\cdots$)

$$\left.\begin{aligned} dx_t/dt &= f(x_t, r_k) \quad , \quad t_{k-1} < t \leqq t_k \\ y_{t_k} &= g(x_{t_k}) + v_{t_k} \\ v_{t_k} &= a_1 v_{t_{k-1}} + \cdots + a_\ell v_{t_{k-\ell}} + e_{t_k} + c_1 e_{t_{k-1}} + \cdots + c_m e_{t_{k-m}} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

ここに，x_t は時刻 t の状態ベクトル，r_k は $t_{k-1} < t \leqq t_k$ における降雨，y_{t_k} は時刻 t_k における流量，v_{t_k} は有色ノイズで第3式のような ARMA 時系列であるとする。$a_1,\cdots,a_\ell, c_1,\cdots,c_m$ は定係数で，e_{t_k} は平均値0の白色正規ノイズである。

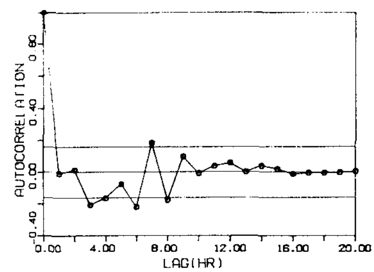

Fig. 3. Autocorrelation function of the prediction error of No. 11 flood by ARMAX(3,3,3). 95% confidence level of whiteness is o.16.

5. おわりに

以上，有色ノイズを導入したモデルによる流出予測を検討した。(5)式のような流出モデルを構成したときの同定手法の展開は今後の課題としたい。

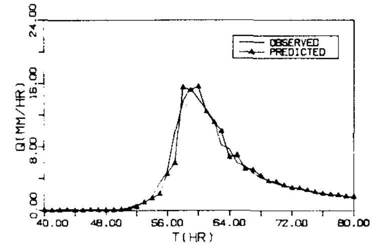

Fig. 4. One-hour ahead prediction of No. 11 flood by GMDHMA(1).

〈 参考文献 〉

1) 高棹・椎葉・宝：流出系のフィルタリングと予測に関する基礎的研究（第2報），昭和55年年講

2) 高棹・椎葉・宝：確率論的な流出予測に関する研究，京大防災研究所年報，昭和56年（投稿中）

3) Katayama, T.: "Application of Maximum Likelihood Identification to a River Flow Prediction," IIASA Workshop on Recent Developments in Real-Time Forecasting/Control of Water Resource Systems, 1976.

4) Ikeda, S., Ochiai, M., Sawaragi, Y.: "Sequential GMDH Algorithm and Its Application on River Flow Prediction," IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics, vol. SMC-6, No.7, pp. 473-479, 1976.