II－308　日単位降水量の時系列モデル

近畿大学　正員　江藤　剛治
近畿大学　正員　西村　克己
八鹿　町　正員　林　　安宏

1. はじめに

降水量時系列は，時空間規模の取り方によって見かけ上異なった特性を示す。たとえば1時間，1日，…年降水量はそれぞれ全く異なる確率分布特性，時系列特性を示す。よって従来は時間単位や，解析対象とする変量・特性（たとえば総雨量の確率分布，極値分布，相関特性など）ごとに，適当な関数形や解析手法があてはめられてきた。一方理想的なモデルと考えられるのは、同一の理論的枠組の中で，時間規模や解析対象変量等によらず，統一的な解析が可能なモデルである。素過程を記述する関数形や母数は，時間単位等が変わっても不変であることが望ましい。ただ時空間規模の取り方によって，生起している物理現象が全く異なる場合には，この点を十分考慮したモデル化を行うべきであることは言うまでもない。

日単位程度の水文量時系列については，Marked Point Process系の理論で，かなりの特性が一般的に記述できることが知られている。たとえば日降水量の確率分布，日流量の確率分布・時系列特性，極値分分特性などは，MPPモデル，およびMPPモデルに適当なフィルターをかけて得られるショット・ノイズ・モデルなどにより理論的かつ一般的に無理なく記述できる。

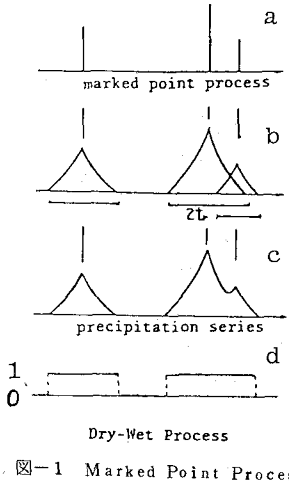
著者らはすでに，MPPモデルにより日～月単位の降水量の確率分布を解析した例を示した（西村・江藤 1981）。また0－1化された降水量時系列（Dry-Wet Process）の時系列特性を解析するための理論モデルを提案し，その自己相関関数などを理論的に導いた（林・江藤・西村 1981）。本報告では，この時系列モデルを実測日降水量時系列の解析に適用し，その結果を，MPPモデルによって確率分布を解析して得られた結果と比較する。

2. モデルの概要

日程度の時間単位の降水量時系列は間欠的な時系列をなす。かつ降雨条件付では降雨量が確率分布する。また降雨あるいは降雨の生じやすい気象状況には持続性がある。このような時系列の確率モデルとして，Marked Point Prcess モデルを採用する（図－1参照）。もっとも単純な場合は，ランダム変数の純ランダムな発生と考える場合で，これはCompound Poisson Processと呼ばれる。図－1のモデルは次の2つの過程の合成されたものである。

i）点生起過程（Point Process，図－1a）：蓄積されたエネルギーの放出が，瞬間的に生起する過程。ここではエネルギー放出時刻は，発生率$\lambda(t)$のInhomogeneous Poisson Process に従うものとする。放出エネルギー量（一雨降水量，Mark）はガンマ分布に従うものとする。

ii）緩和過程（Relaxation Process，図－1b，c）：点生起条件付で，エネルギーが緩和されながら徐々に放出される過程。降水や地震などの現象では，緩和現象に伴って新たな強い乱れが付加される。緩和過程の継続時間$2 \cdot t_r$ もランダムであるとし，その分布に指数分布を仮定する。



図－1　Marked Point Procesとその緩和過程

このような現象の取り扱いにおいては，点生起特性および緩和過程の基本的特性（継続時間等）と，緩和過程に伴なう乱れ特性とは全く別の現象であるので，ひとまず分けて取り扱うのが自然である。よってさらに次のモデル化を行う。

iii）0－1過程への変換（図－1d）：いわゆるDry-Wet 過程に変換

する。すなわち緩和過程継続時（降雨時）には　X＝1，それ以外はX＝0とする。これにより，付加乱れ特性および Mark の確率分布特性の影響が，ともに除去される。

3. 時間単位と降雨量の確率分布の関係

前節ｉ）の仮定より，時間単位Δｔに対する雨量の確率密度関数として次式が得られる（図－１ａのモデル）。

$$f(X)=\frac{1}{e^{\Lambda}-1}\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\Lambda^{\nu}}{\nu\,!}\cdot\frac{\beta^{\alpha\nu}}{\Gamma(\alpha\nu)}\cdot X^{\alpha\nu-1}\cdot e^{-\beta X}\quad(X>0)$$

$$F(0)=e^{-\Lambda},\quad F(X)=f(X)=0\qquad(X<0)\qquad(1)$$

$$\Lambda=\int_0^{\Delta t}\lambda\,dt$$

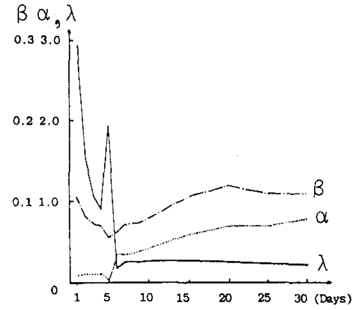
ここにα，β：一雨降水量の確率分布（ガンマ分布）の形状母数，尺度母数，ν：Δｔ内の降水（点）生起回数，Ｘ：降水量。

緩和過程を無視すれば，式（１）により，無降水確率も含めてあらゆる時間単位に対して雨量の確率分布を表示しうる。

これまでの研究では，平均降雨日数よりλを求め，積率法により，式（１）の残りの母数α，βを推定している。しかしながら，一雨降雨がしばしば２日以上にわたって降ること，あるいは図－１ｂに示したように２個以上の降雨が重なってみかけ上一雨降雨となる場合などを考慮すると，このような取り扱いは正しくない。よって西村・江藤（1981）は，Λ，α，βを同時に最尤法で推定した。

日降水量では一雨降水が２日以上にまたがって降ることなどにより i)のいくつかの独立性の仮定がおかされる。Δｔが大きいときは，２期間以上にまたがる降水の頻度は相対的に小さくなる。よってｉ）の基本的仮定が近似的に満たされ，式（１）の各母数はΔｔによらず，ほぼ一定になることが期待される。

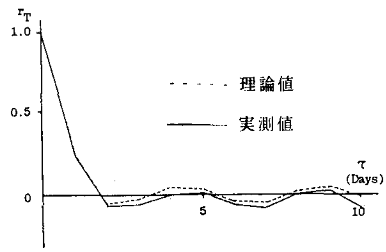
図－２，表－１に日～月単位の実測降水量の確率分布を解析した例を示す。予想どおり，Δｔ＞６日でλ（＝Λ／Δｔ）はほぼ一定値となる。Δｔが大きいときはα，βも一定値に漸近するようである。大きなΔｔに対する各母数の値を表－１に例示する。



図－２　時間単位と母数の関係（１月）

表－１　Δｔ→∞に対する母数の値

月	α	β	λ(1/日)
1	0.685	0.119	0.248
4	1.033	0.124	0.617
11	0.460	0.084	0.428



図－３　自己相関関数の比較（11月）
（テトラコリック相関表示）

表－２　Dry－Wet 過程の母数
$\lambda=b_0+b_1\cos\omega t$，$\omega=2\pi/T$

月	周期T(日)	b_0(1/日)	b_1(1/日)	β(1/日)	$2\mu_r$(時間)
1	6.98	0.594	0.116	11.5	4.23
4	5.52	0.614	0.267	7.82	6.14
11	4.39	0.460	0.228	7.57	6.34

4. 自己相関関数

２節ｉ）～iii)の仮定およびモデル化により，Dry－Wet 過程の自己相関関数形を理論的に導くことができる（林・江藤・西村 1981）。これを実測降水量資料にあてはめた結果を図－３，表－２に示す。λに４～７日の周期性が検出されている。降水の生起しやすい気象状況の平均持続時間 $2\mu_r$ は夏期で10～20時間，それ以外の季節では３～９時間となった。

表－２中の b_0 は表－１中のλに相当する。表－１と表－２より冬期を除いてb_0とλはほぼ一致することがわかる。注意すべきことは，表－１は降水の時系列特性に無関係に，確率分布特性のみから推定された値であり、逆に表－２は確率分布特性を消し去って，Dry-Wet 過程の時系列特性のみから推定された値である。両者の一致はモデルの妥当性を裏付けているものと考えられる。

〔参考文献〕

1）西村・江藤：Marked Poinr Process モデルによる降水量時系列の解析，第25回水講論文集，P. 191～196, 1981年２月

2）林・江藤・西村：降雨継続時間を考慮したMPPモデルによる日降水量の相関解析，昭和56年度土木学会関西支部年講概要，1981年６月.