II－307　年降水量時系列の変動特性とARMAモデルの最適次数

徳島大学工学部　正員　端野　道夫

1.　はしがき

年降水量時系列の変動特性，周期性等についてかなりの人々によって研究されている。定常時系列解析によれば[1]，3～4年の短周期以外にも50年前後の長周期が卓越するようである。一方では気候変化に関するWMOの総括[2]以来，年降水量時系列の非定常性，とくに平均値の変化が指摘されている[3)4)]。後者によれば時系列本来の長期持続性すなわち長周期成分は卓越しないことになる。そこで，本報告では我国の11地点の年降水量資料をもとに，平均値の有意な変化の有無をintervention（干渉）解析し，非定常性を検討する。さらにARMAモデルを適用し，赤池の情報量規準AICを最小にするARMAモデルの次数(p,q)を推定する。また，一つの卓越周期に着目したARIMAモデルは年降水量には適切でないことを指摘する。

2.　年降水量時系列の変動特性とintervention解析

我国の11地点（表-1参照）の年降水量資料について，原時系列をx_t（平均$\bar{x}$，分散σ_x^2）とし，スレード型対数正規変換をした時系列をz_t（平均0，分散1）とする。表-1より明らかなように自己相関係数の最大値$r_p(\tau)$は0.12～0.33程度であり，太陽黒点[5]の場合の値0.811に比べ低い。スペクトル解析による卓越周期(年)も参考までに表-1に示すが，太陽黒点の場合の卓越周期11年のように，一つの周期成分だけがとくに卓越するわけではなく，また自己相関関数から予想されるごとく"強い"周期成分が存在するわけでもない。（図-1参照）

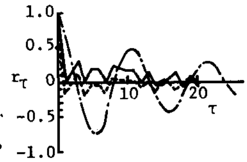


図-1 自己相関関数
札幌 ｛原時系列 ――　intervention成分除去 ----｝　太陽黒点 —·—·—

自然的あるいは人為的原因による時系列の平均値レベルでの有意な変化（ここでは10年以上続くとする）をintervention解析[6]により検出すれば，表-1のようであり，札幌，名古屋を含む6地点で1ないし2の変化時点（変化量は標準偏差σ_xの0.55～0.91程度）が見い出された。図-2にその例を示す。名古屋では，抽出された変化時点は観測所位置の移動年とほぼ一致し，観測所位置の移動というデータの非等質性が時系列の非定常性の原因となっていることが判る。Potter[4]は米国北東部の年降水量時系列に対して非定常性の原因として観測所位置の移動が主であるとしているが，上述の名古屋以外の5地点では観測所位置の影響はさほど明確でない。この場合，有意な平均値の変化を長期の気候変動に伴う時系列自身の非定常性と見るべきか，あるいは数十年以上の長周期成分をもつ定常時系列の1側面（山あるいは谷）を把えているにすぎないと見るべきか，を正しく判定するには観測年数が少なすぎるように思われる。

3.　AIC規準によるARMAモデルの最適次数(p,q)の推定

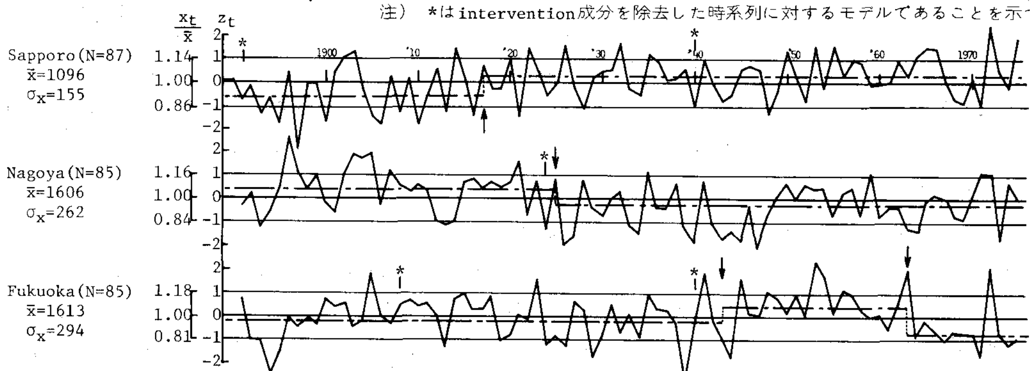
年降水量時系列に形式的に定常モデルであるARMA(p,q)モデルを適用した場合と，前述の有意な平均値の変化という非定常成分（intervention成分という）が検出される地点で，このintervention成分を除去した時系列にARMA(p,q)モデルを適用した場合，の各々について赤池のAICを最小にする次数(p,q)を推定すれば，表-1右半分，のようである。そのときの決定係数R^2（重相関係数R）も示す。推定方法，手順等については参考文献7)とまったく同じであるので，ここでは割愛する。

表-1によれば，秋田，新潟等，有意な平均値の変化がない地点についての最適次数は(2,0)なる低次数が多い。また決定係数$R^2=1-\frac{\sigma_a^2}{\sigma_z^2}$が0.1程度と低く，残差成分すなわち白色雑音の分散σ_a^2が時系列の分散σ_z^2の9割にも及ぶことが判る。一方，札幌，名古屋等，有意な平均値の変化がある地点についての最適次数は(10,0)，(12,2)と高次数になるとともに白色雑音の分散σ_a^2が時系列分散σ_z^2の7～8割に減少している。このintervention成分を除去すれば，前者の秋田，新潟等と同様に最適次数は小さくなる。このことは自己相関構造の変化（図-1参照）からも予想され，データの非等質性あるいは時系列自身の長期の非定常性（周期性）が自己相関係数を全般的に

表－1　年降水量時系列の変動特性とARMAモデルの最適次数

観測所	期間（年数）	$\bar{x}$ (mm)	$\frac{\sigma_x}{\bar{x}}$	$r_p(\tau)$ $(1<\tau<20)$	主な周期(年)（卓越順）	interventionの有無 回数	変化量	ARMAモデル 最適次数(p,q)	AIC	R^2 $(=1-\frac{\sigma_a^2}{\sigma_z^2})$
Akita	1886-1975(90)	1800	.135	.206(1)	—	0		(2,0)	0.6	0.06
Niigata	1886-1975(90)	1797	.117	.217(1)	30	0		(2,0)	-0.1	0.07
Tadotsu	1893-1975(83)	1141	.166	.126(20)	—	0		(2,0)	-0.1	0.07
Matsuyama	1890-1975(86)	1339	.185	.184(20)	2.5,20	0		(14,1)	6.6	0.26
Kochi	1886-1975(90)	2665	.324	.120(15)	2∿3	0		(5,0)	4.5	0.08
Sapporo	1889-1975(87)	1096	.142	.326(3)	50∿60 2.5∿3 10	1	.906	(10,0) (2,1)* cf.(0,1,0)×(0,0,1)$_{10}$	-7.4 -10.9 30.7	0.29 0.23 -0.39
Nagoya	1891-1975(85)	1606	.163	.208(13)	50,7,3	1	-.674	(12,2) (0,1)*	2.6 -0.3	0.28 0.09
Hiroshima	1879-1975(97)	1576	.205	.158(1)	4∿5	1	.626	(5,0) (6,0)*	1.7 -0.1	0.10 0.17
Tokushima	1892-1975(84)	1680	.163	.232(7)	2,3,50	2	-.744 .591	(8,0) (3,0)*	-3.8 -6.5	0.23 0.23
Fukuoka	1891-1975(85)	1613	.182	.213(5)	5,50	2	.670 -.898	(5,0) (5,0)*	-3.6 -1.5	0.17 0.22
Kagoshima	1883-1975(93)	2243	.189	.190(3)	50,3,4.5	1	.550	(13,0) (0,1)*	5.9 5.7	0.22 0.02

注）　*はintervention成分を除去した時系列に対するモデルであることを示す。



図－2　有意な平均値の変化がある時系列（矢印：変化時点，$\overset{*}{|}$印：観測所位置の移動年）

大きくする方向に作用することが判る。以上の結果より，予測モデルとしてはintervention成分を考慮せずとも高次数のARMAモデルでも良いと思われる。

4.　ARIMAモデルを年降水量に適用した場合の問題点

長谷部[8]は札幌の年降水量に10年程度の卓越周期が見られることに着目し，10年移動平均系列にARIMA(0,1,1)モデルを適用している。このような1つの卓越周期 ℓ に着目したモデルを式で表わせば，$z_t = z_{t-\ell} + w_t$ となり，残差項 w_t はいまの場合，$w_t = a_t - \theta_1 a_{t-1}$ である。ここでの z_t は厳密には非定常時系列であるが，定常近似の期待値計算より z_t の分散 σ_z^2 と残差 w_t の分散 σ_w^2 の関係式：$\sigma_w^2/\sigma_z^2 = 2(1-r_\ell)$ が容易に得られる。この式より卓越周期 ℓ に対応する z_t の自己相関係数 r_ℓ が0.5以下ならば σ_w^2 が σ_z^2 より大きくなってしまい，このような卓越周期 ℓ を採用することは好ましくないことになる。前述の札幌の場合，$\ell=10$，$r_\ell \fallingdotseq 0.2$ であり，表-1の $R^2=1-\frac{\sigma_a^2}{\sigma_z^2}$ が負になっていることからも理解できる。仮りに，$r_\ell > 0.5$ であっても，太陽黒点に対する解析結果（AR(8) or AR(2)）のようにARMAモデルで十分と思われる。

参考文献

1) 角屋・小池：降水量にみられる長期的変動について，京大防災研年報，No. 8，昭.40.3
2) World Meteorological Organization: Climatic change, Tech. Note 79, WMO 195, TP100, Geneva, 1966
3) Klemes, V.: The Hurst phenomenon: A puzzle?, WRR, Vol. 10, No. 4, 1974
4) Potter, K.W.: Annual Precipitation in the Northeast United States: Long Memory, Short Memory, or No Memory?, WRR Vol. 15, No. 2, 1979
5) Anderson, T.W: The Statistical Analysis of Time Series, 1971, pp. 244-245
6) Box・Tiao: Intervention analysis with application to economic and environmental problems, J. Amer. Stat. Assoc. Vol. 70, No. 349, 1975
7) 端野・Delleur：年流量に対するHurst係数とARMAモデルの最適化，水理講演会論文集，No. 25，1981
8) 長谷部正彦：Box & Jenkinsの理論による非定常降水時系列の解析と予測について，土木学会論文集，No. 261，1977