

徳島大学工学部 正員 ○内田 健士
同 正員 杉尾 挑三郎

1. 概説 非平衡状態にあら浮遊砂の濃度を Euler 的拡散方程式を用いて解析する場合、拡散係数の取り扱い方法と路床条件の設定法が重要な問題となる。著者らは、昨年度の年次講演会において、河床波上の等流における非平衡浮遊砂濃度の実測例を報告し、あわせて路床条件は非平衡性を考慮して設定されるべきことを指摘した。¹⁾ 本報では、非平衡状態の現象における拡散係数の特性に関する検討をもつて加えて著者らの実験結果を総括する。また、得られた知見を考慮した解析モデルによる数値計算例も紹介する。

2. 路床条件について 著者らは、河床波を有する等流中で浮遊砂濃度が発達あるいは減衰して平衡状態へと移行していく過程を観測し、図-1 のような結果を得た。

さて、浮遊砂濃度の基礎式は次式のよう

$$U \frac{\partial C}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial Z} (C \frac{\partial C}{\partial Z}) + W_0 \frac{\partial C}{\partial Z} \quad (1)$$

ここに、 U ：流速、 C ：拡散係数、 W_0 ：

砂粒子の沈降速度（本実験では $W_0 = 2.0 \text{ cm/s}$ ）

C ：濃度、 X および Z ；それぞれ流れ方向および水深方向の座標。浮遊砂に関する

Reference Level を河床波頂の位置において (1) 式を全水深にわたって 1 回積分し、図-2 を参照して離散化すれば $(g_{z2} - g_{z1})/L = \text{flux} - W_0(C_{z1} + C_{z2})/2$ (2)

となる。flux；流れの効果により Ref. Level にある単位面積要素を通過して上方に

輸送される砂量。従来、flux は流れの特性量であり、平衡、非平衡にかかわらず

$$\text{flux} = \bar{C} \frac{\partial C}{\partial Z} \Big|_{Z=4/2} = W_0 C_{z1} \quad (C_{z1} : \text{平衡時の Ref. Level の濃度}) \quad (3)$$

とおく考え方が一般的であるが、前報では表-1 からわかるように、濃度発達過程では $\text{flux} < W_0 C_{z1}$ 、一方、減衰過程では $\text{flux} > W_0 C_{z1}$ となることが報告された（河床波が発生していない場合でもこの傾向がある）。そこで、Ref. Level における flux について以下の簡単なモデリングを行なってみた。

近年、乱れの発生機構に関する諸研究は路床近傍における間ヶ替々的な bursting 現象の存在を明らかにした。また、上野は河床波（とくに砂渦）が発生した場合の流砂現象においては、3 次元的な渦流の効果が強いことを指摘した。これらを参考にして、flux を $\text{flux} = \bar{v}_f \cdot v_f$ (v_f ：flux の代表流速) (4)

表-1 (3)式の検討と v_f の実験値

のように表示してみる。ここに、 \bar{C} ：Ref. Level 以下の平均濃度であり、この領域の濃度分布を $C/C_{z1} = \exp[-\alpha(Z - 4/2)]$ (5)

と近似して、 $Z = 4/2$ における濃度勾配の連続条件より α を決めた

のち平均値を求めると、 \bar{C} は次式のようになる。

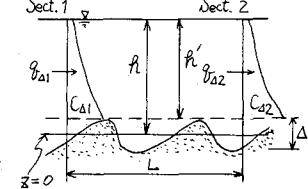
$$\bar{C} = C_{z1}^2 \left(\exp \left[-\frac{\partial C}{\partial Z} \Big|_{Z=4/2} \cdot 4/C_{z1} \right] - 1 \right) / \left(-\frac{\partial C}{\partial Z} \Big|_{Z=4/2} \cdot \Delta \right) \quad (6)$$

したがって (4) 式はつきのように書き直される。

$$\text{flux} = v_f \cdot C_{z1}^2 \left(\exp \left[-\frac{\partial C}{\partial Z} \Big|_{Z=4/2} \cdot 4/C_{z1} \right] - 1 \right) / \left(-\frac{\partial C}{\partial Z} \Big|_{Z=4/2} \cdot \Delta \right) \quad (7)$$

これを (2) 式に代入したものを用いて、実験資料より v_f を算定した結果を表-1 に示している。

図-1 非平衡浮遊砂濃度の実測結果、(a) 発達過程 Run 1 (b) 減衰過程 Run 4



Run	Range (m)	$\frac{w_0 (C_{z1} - \bar{C})}{(q_{z2} - q_{z1})/L}$	$v_f (\text{cm/s})$
1	0.00~1.25	11.2	1.81
	1.25~2.50	4.58	1.68
	∞	—	1.53
2	0.00~1.25	5.46	2.27
	1.25~2.50	3.75	1.71
	∞	—	1.18
3	0.00~1.00	4.13	1.18
	1.00~2.00	1.46	1.07
	∞	—	1.18
4	0.00~1.00	3.45	1.25
	1.00~2.00	3.40	1.26
	2.00~3.00	1.11	1.11
	∞	—	1.27

では、発達過程のRun 1および2では、平衡状態に近付くにつれて若干減少する傾向を有しているが、減衰過程のRun 3および4においては、比較的安定したものとなっている。理論展開上flux代表流速 \bar{U} は流れの特性量としているから、等流実験では一定値となるのが望ましいので(7)式は今後改良されねばならない。しかし、詳細な解説は省略するが、(3)式によるよりも(7)式による方がはるかに的確に現象再現を行なえると言える。

3. 拡散係数について

(1)式を $z \sim \infty$ の間で1回積分するとつぎのようになる。

$$\frac{d}{dx} \int_z^{\infty} C d\zeta = E \frac{\partial C}{\partial z} + w_0 C \quad (8)$$

Ref. Levelにおけるfluxを算定したと同様に、図-2の2断面間の代表拡散係数 E 実験資料をもとにして求め、分布状況を点描したのが図-3である。本図より、拡散係数は非平衡性には関係なく、

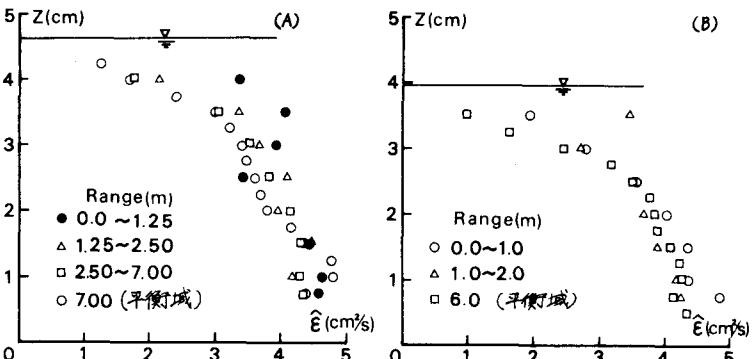


図-3 実験資料より逆算された拡散係数の分布、(A)Run 1, (B)Run 2
流れの特性量として取り扱えることが確認される。ただし、その分布形状は、従来用いられたRouse型あるいはその修正型とはかなり大きく異なっており、 $\hat{E} = K \{1 - (\lambda/\lambda')^\beta\} U_* \lambda'$ (U_* :摩擦速度)のように表示する方が適切であるように思われる。

4. 数値計算例 図-1に示された実験結果を数値計算によって再現することを試す。(1)式の離散化は、陰的な差分法を用いて行なった。まずははじめに(3)式の路床条件による計算を実行してみたが、濃度変化が1m未満の短かい区间で終了して、実測値とはかけはなれた結果を得た。つぎに、上述した路床条件に関する考察をふみて、路床条件式を $\frac{E|_{Z=1/2} - A}{V_f} \cdot \left[\frac{\partial C}{\partial z} \right]_{Z=1/2} = -C_A^2 \exp \left[-\frac{2C}{\lambda} \right]_{Z=1/2} \cdot A/C_A - 1 \quad (9)$ とした場合について検討した。拡散係数は(9)式にもとづいて与えることにし、 K と β は図-3の平衡領域の分布形をもとに0.25および3.0と決定した。また λ はとりあえず平衡領域における実測値に等しいものと仮定した。 $\Delta x/\lambda' = 0.25$, $\Delta z/\lambda' = 0.02$ (λ' については図-2参照)として、 $z = 0$ mの実測濃度分布を初期条件とした計算を実行した。その結果、計算値と実測値の適合性は(3)式を路床条件とする場合よりかなり改善されたが十分ではなかった。そこで、(10)式を $\frac{E|_{Z=1/2} - A}{V_f} \cdot \left[\frac{\partial C}{\partial z} \right]_{Z=1/2} = -\{1 + \gamma(1 - C/C_{ea})\} C_A^2 \exp \left[-\frac{2C}{\lambda} \right]_{Z=1/2} \cdot A/C_A - 1 \quad (11)$

のように補正して使用することを考え、係数 γ を種々変化させて同様な計算を行なった。図-4には再現性が良好であった例を示している。ただしRun 1に対しては $\gamma = 0.21$, Run 4に対しては $\gamma = 0.12$ である。このように(11)式を使えばかなりよい結果を得ることができるので、汎用性については大いに問題があるので、現在路床条件のモデルリングを再検討していきたいところである。

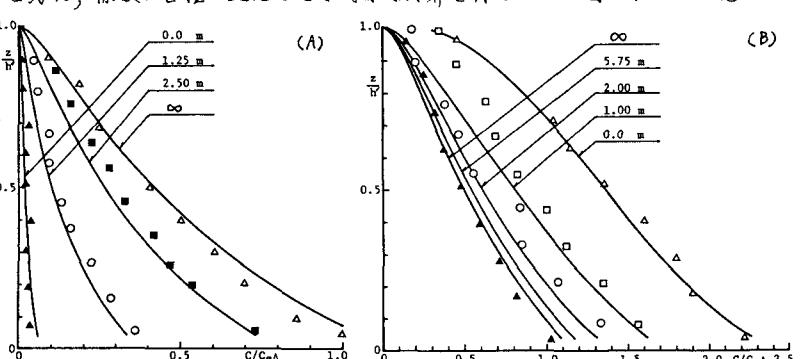


図-4 計算例 (A) Run 1, (B) Run 2

- 1) 国部・杉尾：河床波上の流れにおける非平衡浮遊砂の流速について、第35回年譲、II-161, 1980, pp.319~320.
- 2) 国部・杉尾：非平衡状態にある浮遊砂の流送機構に関する実験的研究、第33回中四国部年譲、II-17, 1981.
- 3) 上野：砂れんと砂堆の発生領域について：第25回水理講演会論文集、1981, pp.93~98.