

北 大 森 明 巨
北 大 岸 力
水資源開発公団 小野寺 直

1 まえびき 河床波が砂堆から遷移河床に移行する領域では浮遊砂が卓越する。浮遊砂礫と河床砂礫の間には交換があるから浮遊砂にも掃流砂と同様に粒径距離が存在する。板倉らは、浮遊砂礫の河床からの pick up が固り強い礫よりもなりやすいものとして理論と展開し良好な結果を得ているが、Sumetら⁽¹⁾は、この様な強い礫が Bursting と密接に関係することを示した。又、著者ら^{(2),(3)}は、河床波がある場合、Bursting が河床波の谷に集中し、谷が浮遊砂の主要な発生源となっていることを示した。以上のことから、本研究では、浮遊砂を考慮した河床波発生理論について考察し、河床波の発生に及ぼす Bursting の効果を調べた。

2 河床波上の流れ 座標系を図-1の様に取り、河床に

$\eta = \eta_0 \cdot \exp[ik(x - ct)]$, k : 波数 (1) の微小擾乱を与

える。流束関数 ψ を用いて $u = U_0 - 2\psi/\partial y$, $v = 2\psi/\partial x$ (2)

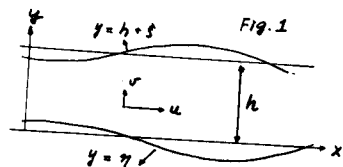
と置く。ここで、 $U_0 = U_{00} \cos \beta(5-1)$ (3) $\tilde{\psi} = U_{00} f(5) \eta$ (4)

と置き、(2)~(4)式を満度方程式に代入し、 f の 2 次以上の項を無視し、

Engelund ら⁽⁵⁾ と同様の手法で f について解くと次式が得られる。

$$f(5) = A_1 e^{\alpha 5} + A_2 e^{-\alpha 5} + A_3 e^{+\beta 5} + A_4 e^{-\beta 5} \quad \alpha = \sqrt{k^2 - \beta^2}, \quad \beta = [\beta^2 + i k U_{00} h / c]^{1/2} \quad \text{..... (5)}$$

ここで、 $5 = y/h$, $kx = kh$, $\beta = [15/6 + 2.5 \ln(y/2.5 d_m)]^{1/2}$, d_m : 平均粒径, $U_{00}/U_{*} = K = 15/\beta \tan \beta$, U_{*} : 摩撓速度, $U_{00}/U_{*} = 15/\beta \sin \beta$, $E = U_{00} h / 15$: 渦動粘性係数



境界条件 河床面が水面での運動学的条件と $y = h$ で圧力が静水圧に等しいとすると

$$f(0) = 1 \quad \text{..... (6)} \quad f'(0) = U_{00}^2 / g h \cdot f''(0) \quad \text{..... (7)} \quad \text{河床面に作用する流体力} \propto U(0)^2 \text{ とし}$$

$$E(2\psi/\partial x + 2\psi/\partial x) = U_{00}^2 / K^2 \quad \text{..... (8)} \quad \text{と置く} \quad f''(0) - 30/K \cdot f'(0) + k^2 = 0 \quad \text{..... (9)} \text{ が得られる。}$$

(5) 式を逆変換し、2 項は非粘性解である。水面近傍の流れは非粘性流と考えるから、水面に向かって急激に増加する $e^{+\beta 5}$ の項を除くために $A_3 = 0$ とする。

3 流砂 流砂と掃流砂と浮遊砂に分けそれぞれについて運搬距離を考える。

掃流砂 掃流砂の非平衡式と $l \partial \tau(x) / \partial x = \tau(x) - \tau(x-l)$ (10) と与える⁽⁶⁾。ここで、 τ は掃流砂関数で $\tau = 8(\tau_x - \tau_{xc})^{1.5}$ と用いた。又、 $\tau_x = \eta^2 / 5 d_m - \mu \partial \eta / \partial x$, $5 = 1.65$, $\mu = 0.1$ である。砂礫の粒径距離で $l/d_m = 100(\tau_x - \tau_{xc})^n$, $\tau_x < 1.5$ のとき $n = 1.5$, $\tau_x > 1.0$ のとき $n = 0.78$ と与えた。これは、著者らの方法⁽⁴⁾ によって得られる l の近似式である。

浮遊砂 浮遊砂濃度 C と $C = C_0 + \tilde{C}$, $C_0 = C_{00} e^{-W_2 y / c 5}$, $\tilde{C} = \eta \cdot g(5)$ (11) と置く。

(11) 式を浮遊砂の連続の式に代入し、 $W_2 \partial C_0 / \partial y + E \partial^2 \tilde{C} / \partial y^2 = 0$ と用いると (12) 式が得られる。

$$U_0 \partial \tilde{C} / \partial x + v \partial C_0 / \partial y = W_2 \partial \tilde{C} / \partial y + E \partial^2 \tilde{C} \quad \text{..... (12)} \quad \text{ここで、(12) 式において } W_2 = E = 0 \text{ と}$$

すると $\partial \tilde{C} / \partial x = -v / U_0 \cdot \partial C_0 / \partial y$ 。この場合、移流のみであるから $\partial \tilde{C} / \partial x = 0$ とはするが理解し易い。そこで、河床面の η_0 近傍で $C_0 = \text{const.} = C_{00}$ とし、河床面を離れると v , $\partial C_0 / \partial y$ が急激に減少することも考慮して $\partial C_0 / \partial y$ の項を取り除く。このときの (12) 式の解を Engelund らと同様の手法により求め、水面に向かって $\tilde{C}$ が増大する項を取り除くと (13) 式が得られる。

$$g(5) = B \cdot \exp[-W_2 y / c \{ (1 + U_{*} U_{00} E / W_2 h) \}^{1/2} + 1 \} 5] \quad \text{..... (13)}$$

$W_2 \propto C_0$ 砂粒径の密度関数 P も正規分布とし、その標準偏差 $\sigma = 0.4 d_m$ とする。河床砂が一様粒径であ

る場合の C_b は板倉⁽¹¹⁾とよば $C_b(d) = 0.008 [0.14 \sqrt{W} / (d \cdot \Omega / \sqrt{h^3 s d}) - 1]$ ---- (14)

混合粒径に対し $C_b = 0$ とする $d = d_s$ を浮遊限界粒径として、 W_s , C_{b0} と

$$W_s = \int_{d_0}^{d_s} W P(d) / B_s, \quad C_{b0} = \int_{d_0}^{d_s} C_b(d) P(d) / B_s, \quad P_s = \int_{d_0}^{d_s} P(d)$$

で与える。ここで、 $d < d_0 = 0.125 \text{ mm}$ の砂礫は wash load で流下するものとして浮遊砂より取り除いた。 W は沈降速度で Rubley の式で与えた。

境界条件 $C_b \propto f_B \cdot 4T_B \cdot U_B / W_s$ ---- (15) とおく。ここで、 f_B , $4T_B$, U_B は、それぞれ Bursting の発生回数、継続時間、上昇速度であり次の様に与えた。 $f_B / U_B = \text{const.}$ $4T_B \propto \epsilon / U_B / U_m \propto \epsilon / U_m$, U_m : 平均流速、

$$U_B \propto U_m [1 + \alpha_B k (s - \eta)] \text{ ---- (16)}$$

Bursting は圧力が逆勾配の場で発生し易く、河床波がある場合は、最大圧力点近傍で最も強度が大きい⁽⁹⁾。(16)式はこの点に着目して Bursting の効果を表わしたものである。(11), (12), (16) 式より (17) 式が得られる。

$$B = C_{b0} [-f(0) + \alpha_B k * (s/\eta - 1)] \text{ ---- (17)}$$

4. 不安定解析

以上の諸式及び砂の連続の式を用いて不安定解析を行う。図-2 は $d_m = 0.28 \text{ mm}$, $R/d = 100$ のとき得られた河床波の発生領域を示したものである。図に示す $1/5 < (1/5)_T$ では砂堆が発生する。

従って、 $(1/5)_T$ と遷移河床の下限値と居ることを示す。同様に $(1/5)_A$ は反砂堆の下限値と居られる。岸、黒木は、これらに対して次の様の実験式を得ている。 $(1/5)_T = 0.02 (R/d)^{-0.5}$ ---- (18) $(1/5)_A = 0.07 (R/d)^{-0.6}$ ---- (19)

この関係が図-3 に $C=0$ (掃流砂のみ) 及び $C \neq 0$, $\alpha_B = 0$ のときの計算値と共に示されている。図によれば、掃流砂のみでは実験式との違いが極めて大きい。又、 $C \neq 0$ でも $\alpha_B = 0$ の場合、 $C=0$ に比べ実験式に近づいているがまだ不十分であり、砂堆と反砂堆の共存域が見られる。これに対し図-4 に示す様に $\alpha_B = 0.2$ とすると両者の共存域は小さくなり、更に $\alpha_B = 0.5$ とすると実験式と理論値がかなり良く一致する。 $\alpha_B = 0.5$ の場合、図中の斜線部分には下流に伝わる反砂堆が発生する。低 Froude 数の移動床実験⁽¹⁰⁾で、波長が小さくなると共に η と s の位相関係が逆位相から同位相に移行する傾向が見られており、砂堆と上記反砂堆の共存はあり得るものと居られる。図-5 は、 $\alpha_B = 0.5$ で、 d_m を変えたとき限界線を示したものである。(下流に伝わる反砂堆は除いた) 図によれば、 $d_m \rightarrow \infty$ と共に、同じ η でも浮遊砂量が減少するため $(1/5)_T$ が $1/5 \rightarrow \infty$ の方向にずれていくのがわかる。

5. おわりに

以上示した様に浮遊砂を考慮し、更に Bursting の効果を取り入れると河床波の発生領域がかなり良く区分できることがわかった。浮遊砂の効果は、砂堆に関しては crest から発生するものは非発生の方向に作用し、谷から発生するものは逆に作用する。上流に伝わる反砂堆ではこの逆である。従って、両者とより正確に見積もることが重要である。本研究では、Bursting のモデルとして極めて単純なものを採用したが、実際にはかなり複雑であり、それが $(1/5)_T \sim (1/5)_A$ 間の多価性に関係しているものと思われる。

参考文献

- 1) 板倉、岸; ASCE, HY8, 1980年.
- 2) Sumner & Oguiz, J.F.M., 1978年.
- 3) 森、岸、柳屋、第24回年講 1979年.
- 4) 板倉、森、岸; 第25回年講 1980年.
- 5) Engelund & Fredte; Seriese paper 4, 1976年.
- 6) 林、尾崎、和泉; 第25回水理講演会 1981年.
- 7) 森、岸; 同左 1981年.
- 8) Kline 他, J.F.M., 1967年.
- 9) 岸、黒木; 北工学研究所報告, 1975年.
- 10) 森、岸、黒木; 第29回年講

