

京都大学大学院 学生員 赤尾 恒博
 京都大学工学部 正員 中川 博次
 京都大学工学部 正員 辻本 哲郎

まえがき 河床波の発達過程をモデル化することは、河床波の形成機構を明らかにする上でのみならず、流量が変化する条件での河床形状の応答については、抵抗・流砂量の応答を知る上でも重要¹⁾と考えられる。河床波の発達は、その初期を除いては一つ一つの dunes などのそれぞれが増幅・成長する(砂面不安定性解析はこの立場であり、また発達過程についても Fredsøe の研究²⁾がある)というよりもむしろ、いくつかの波相互の干渉(合体など)によるところが大きく、一つの波の上の流速分布や流砂量分布の議論からは難しい面も多い。河床波のスケールの時間的変化的な数学的表現を得たものとしては Yalin³⁾及び著者の以前の研究⁴⁾があるが、前者は発達の内部構造に触れていないし、後者は河床波のスケールの分布性状の役割の重要性を考慮し時間の平方根に比例した変化過程の説明を行っているが、平衡状態に達する過程までには至っていない。これは追いつき合体のみに着目し分裂の効果を無視しているためである。以上のような研究の現状では、いくつかのモデルを提案し、その長所・短所を検討しながら現象の内部機構についての理解を深めていくことは意義のあることと思われる。

河床波の発達過程に関する実験 長さ 9 m、幅 33 cm の水路で、粒径 0.5 mm のほぼ均一砂を用いて、初期平坦河床から dunes が発生・発達する過程を実験的に調べた。dunes の時間的発達過程は、K 理論条件を若干変えても (dunes の regime 内) 概ね相似と考えられ^{5,6)}、発達の内部構造を調べる上では、一つの条件についての実験結果について詳しく検討しても本質は損われないと思われる。

ここでは、路床勾配 1/500、単位幅流量 $q = 0.174 \text{ lit/sec/cm}$ の場合の実験を対象とし、1 分毎に測定された河床縦断形状記録より作成されたいわゆる走時曲線をもとに発達の素過程を調べた。水路中央区間 3 m (A 区間)を

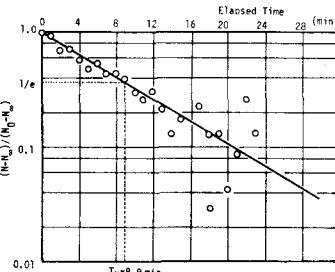


Fig.1

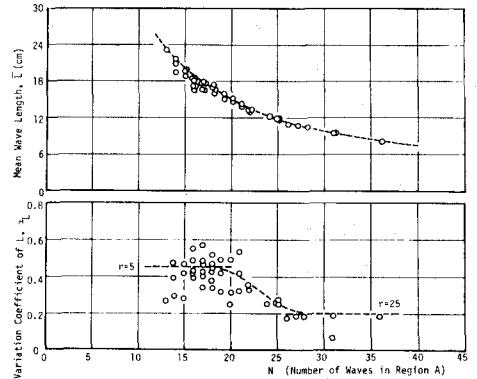


Fig.2

対象とし、この区間に存在する波の個数の時間的変化を調べたのが図-1で、ほぼ次式⁷⁾に近似される。 $N - N_0 = (N_0 - N_{\infty}) \exp(-t/T_N) \dots (1)$

ここで添字 0, ∞ は初期値及び平衡値を表し、 T_N は一種の発達時間スケールと言えよう。ここで調べている N は図-2に示すように波長特性と良く対応しており(たとえば平均波長 = 区間長/ N)、 N の時間的変化におよぼす河床波の発達過程を代表し得よう。さて対象区間内の波の個数変化による区間での波の発生・消滅及びその区間への波の出入によるものであり、それゆえへの依存度を調べたのが図-3である。この結果波の出入はほぼ平衡

にあり単位時間当り区間 A での波の発生・消滅個数をそれぞれ R_B, R_D とすると $\frac{dN}{dt} = R_B - R_D \dots (2)$ で表わされる。すなわち R_B, R_D がどのように N に依存しているかを調べる(発生・消滅過程としての取扱)ことが有効であると判断される。図-4に単位時間を以て調べた R_B, R_D と N の関係を示す。

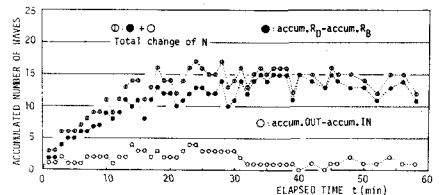


Fig.3

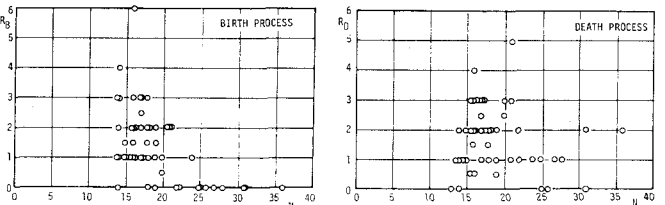


Fig.4

発生・消滅過程のモデル

まず発生・消滅といった素事象がどのような条件下で生じているかを調べ、 N が等しい時刻(1分毎の測定値がある)についての資料をまとめて波長分布をヒストグラム表示し、1分以内にその波が消滅したものに斜線を、その波の上に新しい波を生じたものに点線を付した。これが図-5に示されており、発生事象は長い波に、消滅事象は短い波に頻繁に生じていることがわかる。

こうした知見をもとに以下、発生・消滅事象のモデル化を試みる。

(a) 発生: 一つの波が二つの波に分裂する可能性を、一つの波長が二つの波長が占められ得る確率と表わすと考え、新しく配列された波も波長分布と同じ性質を保つものとする、この確率は次のように与えられる。

$$\hat{p}_B(\xi) = \int_0^{\xi/2} g(\xi') d\xi' \quad (3) \quad \text{ただし規格化された波長}\xi\text{の分布の密度関数}$$

$f_L(\xi)$ を shape parameter が r の gamma 分布と表わされるとすると、

$$g(\xi) = \frac{2r}{\Gamma(2r)} (2r\xi)^{2r-1} \exp(-2r\xi) \quad (4) \quad \text{である。さて単位時間当りの発生個数を考えるには「分裂に要する時間」(exchange time) が必要である。いま実験値の整理との関連からこれを1分にとることにする。このとき}\hat{p}_B(\xi)\text{は1分当り波一個当りの分裂確率密度となり、これを計算し実験値と比較した例が図-6である。}$$

(b) 消滅: 消滅は個々の波のスケールの差にもとづく波速差によるものである。波のスケールと波速の間には図-7の関係が認められる。 $U_w = \beta/L$, $\beta = \frac{2gB}{\theta(1-f_s)} \quad (5) \quad \text{ここに} U_w\text{: 波速, } L\text{: 波長, } g\text{: 重力加速度, } \theta\text{: 波形状係数, } f_s\text{: 砂の空隙率である。さて、上流から規格化された波長}\xi\text{と、}\xi_1\text{と}\xi_2\text{の波が配列しているとき(図-7参照)、}\xi_1\text{の波について単位時間当り波一個当りの消滅確率密度}\hat{p}_D(\xi_1)\text{は次式で与えられる。}$

$$\hat{p}_D(\xi) = \beta/L^2 \cdot \hat{f}_L(\xi) \cdot \int_{\xi}^{\infty} f_L(\eta) d\eta + \int_{\xi}^{\infty} \frac{1}{T_A(\xi, \eta)} \int_{\xi}^{\eta} f_L(\eta') d\eta' f_L(\xi) d\eta + \int_{\xi}^{\infty} \frac{1}{T_A(\xi, \eta)} f_L(\eta') d\eta' \quad (6); \quad T_A(\xi, \eta) = \xi/(\eta - \xi), \quad T_D(\xi, \eta) = \eta/(\xi - \eta/2), \quad \eta_0(\xi, \eta) = \xi\eta/(\xi + \eta/2 + \eta^2) \quad (7) \quad \text{(図-8参照) ここで1分を単位時間にとり、この時間内に波1個当り1個以上消滅しない条件を課し、1分当りの消滅個数を計算した例を図-9に示している。}$$

考察 上記モデルによる $\hat{p}_B(\xi)$, $\hat{p}_D(\xi)$ の推定は(1)実験値ともよく対応しており、またこれから $R_B = N \int_0^{\infty} \hat{p}_B(\xi) f_L(\xi) d\xi$, R_D が推定される。 $R_B, R_D \sim N$ の関係について計算値と実験値と比較したものが図-10であり、 $(R_D - R_B) \sim N$ の関係は図-11に示した。図-11の矢線が計算値、実験値は図-10のそれ(式(1))と同一値を併列している。ここに示したモデルで河床波の発生が比較的よく記述されていることがわかる。今後とくに exchange time に相当する時間の検討が必要である。

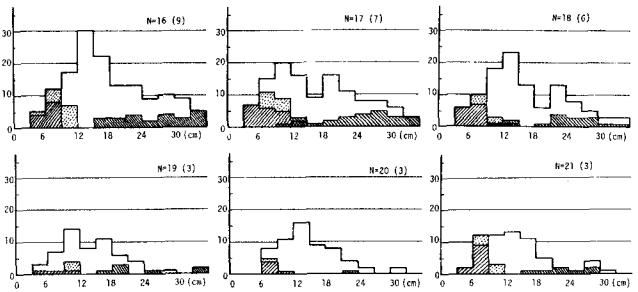


Fig.5

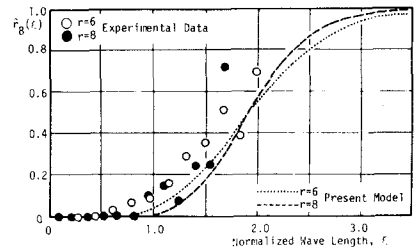


Fig.6

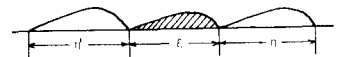


Fig.7

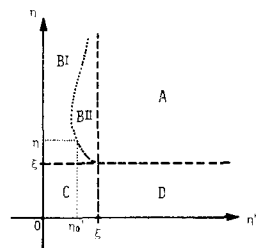


Fig.8

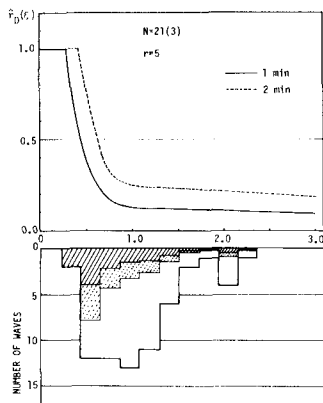


Fig.9

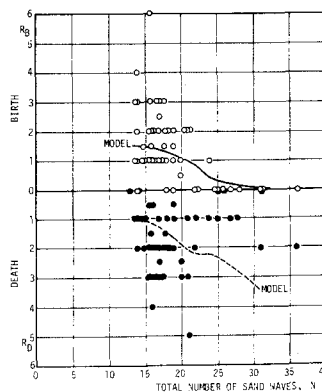


Fig.10

あり、ここに示したモデルで河床波の発生が比較的よく記述されていることがわかる。今後とくに exchange time に相当する時間の検討が必要である。

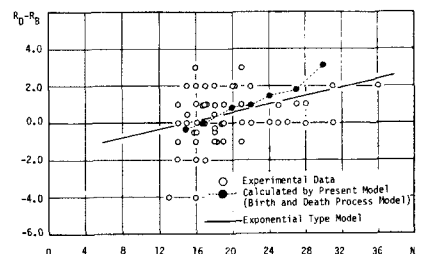


Fig.11

参考文献: 1) 中川辻本: 水工学研究, 1981, 2) Fredge: JFM vol.91, 1979, 3) Yalin & Bishop: Proc. 17th IAHR, 1977 4) 中川辻本: 京大防災研年報, 198, 1976.