

京都大学工学部 正員 辻本 哲郎
京都大学工学部 正員 中川 博次

まえがき Kennedyの論文¹⁾以来 不安定性解析の手法を用いて河床波の形成を説明する試みが定着し、いくつかの興味ある研究成果が発表され、また現在なお興味を持たれている研究課題のようである。しかし、砂面 $y(x)$ と砂面の時間的変化率 $\partial y / \partial t$ との間の位相差によって安定・不安定が決まるのであり(従来の研究にみられる流砂の遷移距離、流砂あるいは流運場の非対象性などとも線型解析ではこの位相差に帰着される)、またこの位相差は様々な要因から成っておりそれぞれが同じウェイト(単なる和)で不安定性に寄与しているにもかかわらず各成分の取り扱いの精度が必ずしも適合していない。単に不安定性(河床波の発生)が説明できるといえないことよりもいかにそれらの位相差を合理的かつ精度良く推定し、またそれらをどう実験的にうまく検証するかが重要であり、これを明確にしての議論がこの問題の今後の進展の第一歩であると考えられる。この方向を示したのが著者の先の論文²⁾であり、これに掃流砂の遷移距離が位相差として確定されている。さらに、線型不安定性解析による河床波の取り扱いの短所として(当然のことながら)次の2点が指摘される。(1)初期擾乱を仮定しなければならぬ、(2)線型理論による河床波発達のごと初期に扱えない。(1)について著者は砂粒の不規則な運動の繰り返しを必然的に河床面凹凸の不規則性を増加させこれが初期擾乱になることを指摘しモデル化している³⁾がこのモデルから導かれる河床擾乱のスペクトルはまた「うから」通水後比較的初期に見られる規則的な河床波とは矛盾している。一方(2)について、はたして発達初期から従来の不安定性解析で現象記述し得るのだろうか(これまで不安定性解析の実験的検証はなされてない)。こうした問題に鑑み、これに 대응する方向が「これからの課題」と考え、不規則性を考慮した不安定性解析手法にもづく理論展開を示し、初期に平坦にならされた河床に注意深く通水したときの河床縦断形状の時間的変化を短かい時間間隔で測定した水路実験結果との両面からの検討を行った。

不規則性を考慮した砂面の不安定性解析 従来の砂面不安定性解析は一定枚長の初期擾乱を対象として行われてきたが、河床における砂粒のランダムな離脱・落下の繰り返しによる河床高の不規則性が初期擾乱であると考え³⁾と、Jain⁴⁾が試みているように砂面のFourier変換に対して不安定性解析を行って、不規則な擾乱から特別な波数域が陶冶され卓越してくる機構(「波数選択的増幅機構」と呼ぶ)を調べるのが意義深い。ところがJainらの解析⁴⁾は遷移距離等の仮定が適切でなく(初め従来の規則波的解析に適用すると従来受容されている結果と相反する)、ここでは著者が先に行った遷移距離を合理的に決定できる方法²⁾を用いる。基礎式： $\frac{\partial y}{\partial t} = A_1 d \int_0^{\infty} \beta_1(x-z) f_1(z) dz - \beta_2(x) y \dots (1)$ ($\beta_1(x)$: pick-up rate, $f_1(z)$: step lengthの確率密度関数)をFourier変換に次式を得る。 $\frac{\partial Y}{\partial t} = A_1 d \hat{\beta}_1 \beta_0 \mathcal{F}[f_1 \psi_1(x)] \{\mathcal{F}[f_2(x)] - 1\} \dots (2)$, $\frac{\partial \psi}{\partial t} = 1 + f_2 \psi \dots (3)$ $\hat{\beta}_1 = \frac{\partial \beta_1}{\partial x} \Big|_{x=0} \dots (4)$, $Y = \mathcal{F}[y(x)]$ で、ここに添字0は非擾乱時の値、 $\mathcal{F}[\]$ はFourier変換を表す。また $\beta_1 \equiv \beta_1 \sqrt{d/(q_1-1)}$, $\psi \equiv u_2^2/(q_1-1) y d$ である。step lengthは平均値 $\bar{L}$ の指数分布とし、また断面せん断応力については $\tau(x) = \beta \rho U^2 (1 - \alpha \frac{\partial y}{\partial x}) \dots (5)$ とする。このとき $\mathcal{F}[f_2(x)] = (1 + i k \bar{L})^{-1} \dots (6)$, $f_2 \psi = 2 \frac{U^2(x)}{U_0^2} - \alpha \frac{\partial \psi}{\partial x} \dots (7)$ であり、擾動流速 $U(x)$ 、水深 $h(x)$ はポテンシャル流理論で与えられるものとする。これを考慮すると式(2)は、 $\frac{\partial Y}{\partial t} = -A_1 d \hat{\beta}_1 \beta_0 \{2 F_* k - \alpha(R_* - 1) i k\} [k \bar{L} (k \bar{L} + i)] \{1 + (k \bar{L})^2\}^{-1} Y \dots (8)$

となる。ここに、 $F_* = \frac{1 - F_*^2 k h \tanh k h_0}{\tanh k h_0 - F_*^2 k h_0} \dots (9)$, $R_* = \frac{F_*^2 k h_0 \operatorname{sech} k h_0}{F_*^2 k h_0 - \tanh k h_0} \dots (10)$

である。 $Y(k, t) \cdot Y^*(k, t) = S(k, t) \dots (11)$ ($S(k)$: 波数スペクトル, Y^* : Y の complex conjugate) であることを用いると結局次式が得られる(k : 角波数)。

$$S(k, t) = S(k, 0) \exp\{2 B_* F_* (k \bar{L}) t\} \dots (12)$$

ただし、 $B_* = A_1 d \hat{\beta}_1 \beta_0 \bar{L} / h_0^2 \dots (13)$

$$F_* (k \bar{L}) \equiv -[(k \bar{L})^2 / \{1 + (k \bar{L})^2\}] \cdot \{\alpha(R_* - 1) + 2 k \bar{L} F_*\} \dots (14)$$

である。 $\bar{L} = \gamma_1 h_0$, $\alpha = \gamma_2 / F_*^2$ とおき^{2), 3)}、規則波に対する解析結果が

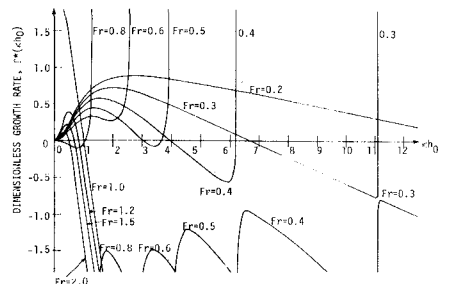


Fig.1

従来受容されているものとほぼ合致するように $\gamma_1=1.0$, $\gamma_2=1.2$ とした場合³⁾の逐次増幅率 $\Gamma^*(k\theta_0)$ の計算結果は図-1に示される通りである。こうした波数淘汰機構によって図-2に概略的に示すように、初期擾乱としては広波数域に亘った緩やかなスペクトルが比較的狭い波数域に限定されてゆくものと推定される(図-2の(A)→(B)への変化)。

水路実験との比較 水路実験は長さ9m 幅33cm の水路で中央粒径0.42mm (A砂), 0.5mm (B砂)の2種類の均一砂で行い、自走式超音波計測器を用いた。各時刻の河床縦断面形状記録から求められた波数スペクトル(M.E.M.による)は図-3に示され(図-3(a)に30秒~10分, (b)に2分~90分の結果を示しある), 河床高の分散($\sigma_g^2 = \int_0^\infty S(k) dk$, σ_g : 波数)が時間的に増大している(時間に比例)こと, 初期発達過程においてはスペクトルに顕著なピークが存在すること, このピークが時間とともに低波数側へ移行しやがては自立したぬものとなることが認められる。またスペクトル形状は初期ではピークを除外すると-1~-2乗程度の逆減衰性状を示すのが平衡状態ではピークを吸収して「3乗則」に近づいている。ところで初期擾乱生成モデル³⁾からわかるように、初期擾乱は(瞬間的なものでなく)持続して与えられるので「波数選択的増幅」過程のみを見るため図-4に示すようにスペクトルを規格化し($\bar{S}^* \equiv S/\sigma_g^2 k\theta_0$, $k^* \equiv k\theta_0$), その後各成分のスペクトル $\bar{S}^*(k^*) \equiv \bar{S}^*(k\theta_0)\Delta k^*$ の時間的変化を調べた。すなわち、 $\bar{S}^*(k^*)$ の時間的変化率の実測値が理論的に得られた $\Gamma^*(k\theta_0)$ とどの程度対応しているかをみたもので、図-5の矢印が

式(14)で計算される理論的結果、折線が $\bar{S}^*$ の時間的変化である。一方式(12)の分母(式(9)の分母)を零とすると増幅率は無限大となり、実測スペクトルのピーク対応波数の $k=0$ への外挿値は図-6に示すように理論値と良く対応している。ただし図-7に示されるようにこの波数は時間とともに低波数側へ移行している。これは波数間の干渉作用(追いつき統合など)に依るもので、ピーク対応波数のみならず広い波数域に亘っていると考えられる、河床波スペクトルの発達にはこうした波数の移行機構をも加味することが必要である(図-2の(B)→(C))。今後はこうした方向での研究を進めてゆく予定である。

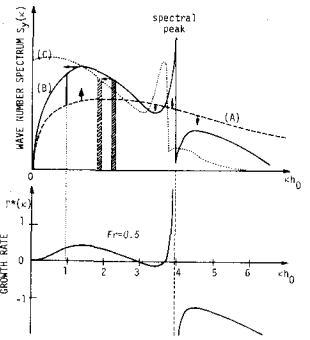


Fig.2

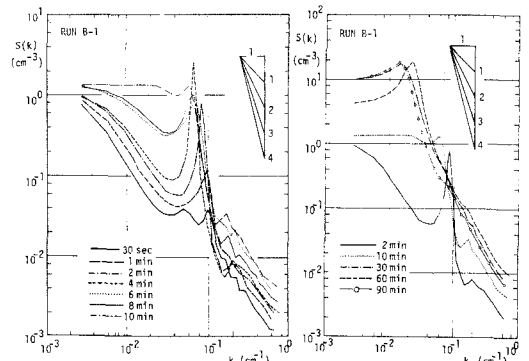


Fig.3(a)

Fig.3(b)

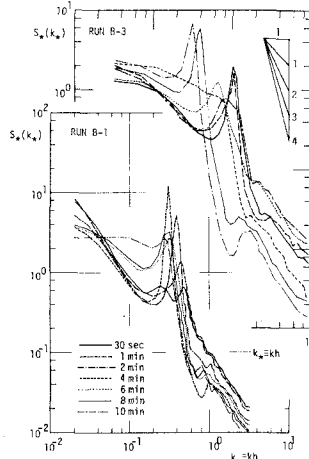


Fig.4

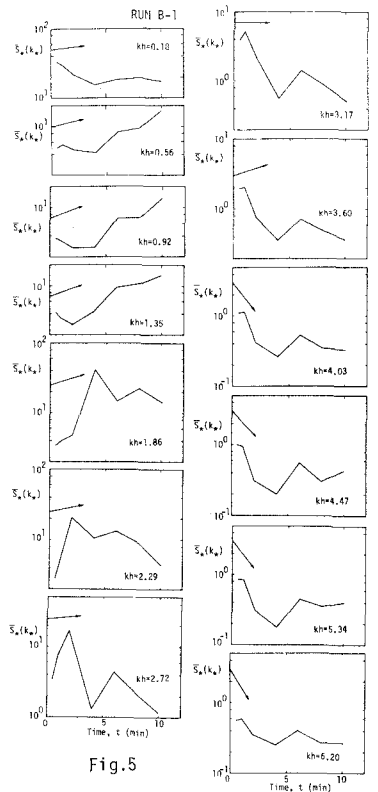


Fig.5

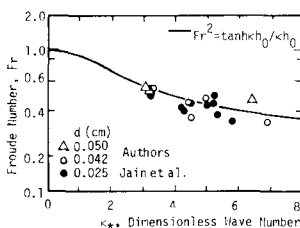


Fig.6

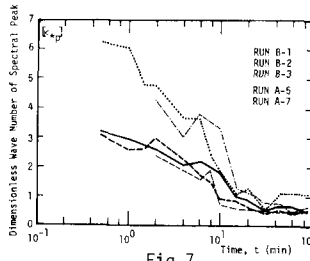


Fig.7

参考文献 1) Kennedy: J.F.M., vol.16, 1963. 2) 中川・辻本: 土論集305, 1981. 3) 中川・辻本: 土論集291, 1979. 4) Jain & Kennedy: J.F.M., vol.63, 1974.