

東京工業大学大学院 学生会員 山坂昌成
東京工業大学工学部 正会員 福岡捷二

1. 一様勾配河川における蛇行

緩やかに勾配が変化する河道での蛇行解析のために、昨年報告した一様勾配河川における蛇行について再記する。河道中心線の偏角が下流距離 \$S\$ に対して sine 変化をする (sine generated curve; $\varphi = \theta \sin \frac{2\pi S}{L}$, θ : 最大偏角, L : 蛇行長) 蛇行流路内の流れは Engelund²⁾, 池田ら³⁾ により解析されている。

その結果を用いて非平衡側岸流砂量を求め、側岸での流砂の連続性を考慮することにより、蛇行の前進速度 (1) 式, 最大偏角変化率 (2) 式を得た。両式中の $J(\theta)$ はベッセル関数であり, U_0, h_0, m はそれぞれ断面平均流速, 平均水深, 川幅の $\frac{1}{2}$ である。sine generated curve には、蛇行波長と蛇行長との間に $D = J(\theta)L$ なる関係があるため、直線流路時の平均流速, 水深をそれぞれ $\bar{U}_0, \bar{h}_0$ と表わしたとき, $U_0 = J_0(\theta)^{1/2} \bar{U}_0$, $h_0 = J_0(\theta)^{1/3} \bar{h}_0$ が成り立つ。 m は平均側岸流砂量を決定する係数であり, χ は側岸流砂量の非平衡性を表わすパラメータである。蛇行振幅 y_0 と蛇行波長 D , 最大偏角 θ との間に成立する $y_0 = \frac{D}{\pi J_0(\theta)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} J_{2n+1}(\theta)$ なる関係式を用い、最大偏角変化率を蛇行振幅の変化率に変換すると、(3) 式となる。図 2 に蛇行の前進速度を蛇行波長, 最大偏角の関数として示す。前進速度は蛇行波長, 最大偏角が大きくなるにしたがって、小さくなる。これは、蛇行の規模が大きくなるにしたがって、側岸浸食量が同じであら、でも移動量が小さくなること、浸食量の絶対値、蛇行形状に対する位相遅れが小さくなることによる。直線流路から発生する蛇行の卓越波長は初期最大偏角変化率を最大とする波長、すなわち $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_{t=0, \theta=0} = 0$ を満たす D で与えられる。川幅、流量が一定のもとでは、卓越蛇行波長は河床勾配が緩やかなほど長くなる。

2. 緩やかに勾配が変化する河道での蛇行

勾配が緩やかに変化し、河床と流れとの間に位相差がほとんどない場合には、ある地点の流れはその地点の勾配に等しい一様勾配流路上の流れと近似できるため、ここでは、側岸流速と密接な関係にある蛇行の前進、発達をその地点の勾配に等しい一様勾配流路での理論解析の結果を用いて検討する。河床の縦断勾配が一様でない場合、上・下流での蛇行の前進速度の差によって蛇行波長の伸縮、最大偏角の増減が生じる。図 3 に示すように時刻 t に x の位置にあった蛇行は、時刻 $t + \Delta t$ に $x + c\Delta t$ の位置まで前進する。このとき、蛇行の移動に伴う波長の変化を記述する基礎式は (4) 式で与えられる。 Δt が十分小さいとき (4) 式を展開することにより、蛇行波長の時間変化率は近似的に (5) 式で表現できる。 (5) 式は波長の時間変化が、流下方向の前進速度の差によるものと、上流からの伝播によるものとの和で表わされることを意味する。一方、

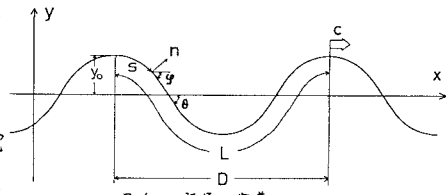


図 1 記号の定義

$$c = \frac{4\pi U_0^2 (1 - \frac{U_0^2}{g h_0}) \theta}{2(1-\lambda) h_0 J_0} \frac{(\frac{2\pi h_0}{L})^2 \chi h_0}{(\frac{2\pi h_0}{L})^2 + (\chi h_0)^2} \frac{1}{(\frac{2\pi h_0}{L})^2 + (\chi h_0)^2} \left\{ \left(\frac{2\pi h_0}{L} \right)^2 \left(\frac{U_0^2}{g h_0} + 1 \right) - \chi h_0 \left(\frac{U_0^2}{g h_0} - \left(\frac{2\pi h_0}{L} \right)^2 \right) \right\} \quad (1)$$

$$\left(\frac{d\theta}{dt} \right)_u = \frac{4\pi U_0^2 (1 - \frac{U_0^2}{g h_0}) \theta}{2(1-\lambda) h_0 J_0} \frac{(\frac{2\pi h_0}{L})^2 \chi h_0}{(\frac{2\pi h_0}{L})^2 + (\chi h_0)^2} \frac{1}{(\frac{2\pi h_0}{L})^2 + (\chi h_0)^2} \left\{ \chi h_0 \frac{2\pi h_0}{L} \left(\frac{U_0^2}{g h_0} + 1 \right) + \frac{2\pi h_0}{L} \left(\frac{U_0^2}{g h_0} - \left(\frac{2\pi h_0}{L} \right)^2 \right) \right\} \quad (2)$$

$$\left(\frac{dy_0}{dt} \right)_u = \frac{dy_0}{d\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_u = \frac{D}{\pi J_0} \left\{ J_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} J_{2n+1}(\theta) (J_{2n+1} - J_{2n+3}) + J_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} J_{2n+1}(\theta) \right\} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_u \quad (3)$$

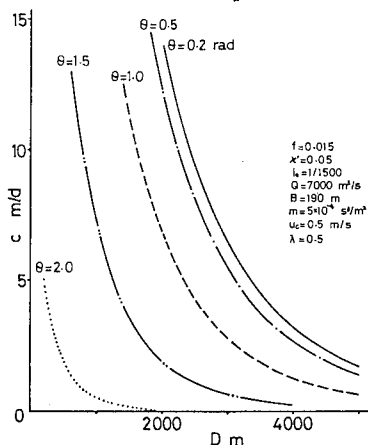


図 2 波長、最大偏角による前進速度の変化

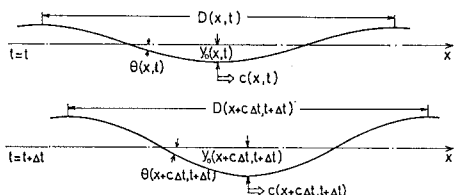


図 3 蛇行波長、最大偏角の時間変化

$$D(x + c\Delta t, t + \Delta t) = D(x, t) + \left\{ c(x + \frac{D}{2}, t) - c(x - \frac{D}{2}, t) \right\} \Delta t \quad (4)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = D \frac{\partial c}{\partial x} - c \frac{\partial D}{\partial x} \quad (5)$$

$$y_0(x + c\Delta t, t + \Delta t) = y_0(x, t) + \left(\frac{dy_0}{dt} \right)_u \Delta t \quad (6)$$

$$\frac{\partial y_0}{\partial t} = \left(\frac{dy_0}{dt} \right)_u - c \frac{\partial y_0}{\partial x} \quad (7)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial \theta}{\partial D} \left(\frac{\partial D}{\partial t} + c \frac{\partial D}{\partial x} \right) + \left(\frac{d\theta}{dt} \right)_u - c \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (8a)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial D} = - \frac{J_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} J_{2n+1}(\theta) J_{2n+1}(\theta)}{D \left\{ J_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} J_{2n+1}(\theta) + J_1 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} J_{2n+1}(\theta) (J_{2n+1} - J_{2n+3}) \right\}} \quad (8b)$$

蛇行振幅の変化を記述する基礎式は(6)式で与えられる。同式中 $\left(\frac{dy}{dt}\right)_u$ は蛇行の前進速度と同じ速度の移動座標系から見たときの振幅の増加率であり、一様勾配河川での振幅変化率(3)式に等しいと考える。 Δt が十分小さいとき、(6)式の左辺を展開することにより、蛇行振幅の時間変化率は近似的に(7)式で表現できる。前述の y_0, D, θ の間の関係式を用いて、振幅の時間変化率を最大偏角の時間変化率に変換すると、若干の計算のうち、(8a), (8b)式を得る。(8a)式は、最大偏角の時間変化が、波長変化によるもの、振幅変化によるもの、および上流からの伝播によるものとの和で表わされることを意味する。

初期蛇行波長 $D(x, 0)$ 、初期最大偏角 $\theta(x, 0)$ を与えると、(5)式、(8)式を数値計算することにより、その後の蛇行発達過程の解析が可能となる。初期蛇行波長としてその点の勾配に対応する卓越蛇行波長を、初期最大偏角として流下方向に一様な $\theta(x, 0) = 0.2 \text{ rad}$ を与え、河床高が平均流下方向の距離 x に対して放物線形の変化をしている場合の計算を行なった。諸水理量は、 α を除いて図2に示したものと同一である。図4に河床高を、図5、図6、図7にそれぞれ、蛇行波長、前進速度、最大偏角の時間変化を示す。初期蛇行波長は勾配の急な上流側ほど小さい。前述したように波長の小さい蛇行ほど前進速度が大きいので、時刻 $t=0$ では全域で波長が時間的に減少する。側岸浸食量の大きな上流側では蛇行が発達しやすく、時間が経過するに従って、最大偏角は上流側ほど大きくなる。最大偏角が大きければ前進速度は小さい(図2)ため、下流側の前進速度の方が大きくなる区域が生じ(図6, $t=2 \text{ yr}$)、その区域では蛇行波長が時間的に増大する(図5, $t=2 \text{ yr}$ 以降の $x=0 \sim 20 \text{ km}$ 付近)。時間が経過するにつれてこの現象が全域で見られるようになり、最終的に(蛇行発達の際しい上流側での河道短絡が発生するまで)には、蛇行波長はほぼその地点の勾配に対応する卓越蛇行波長に落ち着く。

池田³⁾は、勾配変化部での蛇行の前進速度の差による蛇曲から迂曲、短絡への移行の説明を試みた。すなわち、勾配により一義的に決定される蛇行長さの小さな上流側ほど蛇行の前進速度が大きく、逆に蛇行長の大きな下流側ほど前進速度が小さいため、常に蛇行のおしつかりが生じ、短絡に到りやすいことを示した。このとき、蛇行長の時間的な変化を考慮しないため、その結果蛇行の前進速度も時間的に変化しないと考えている。これに対し、④最大偏角、蛇行波長の変化に伴って、前進速度が時間的に変化することを考慮した本解析では、蛇行発達の初期段階に見られる蛇行のおしつかりは、最終的には消失するため、これが短絡の原因とはならない。③蛇行発達(振幅の増大)による上流側での河道短絡が一旦生じた後は、短絡部の最大偏角 θ が小さくなるため前進速度は大きくなる。その結果下流の蛇行をおしつめ、迂曲から短絡への移行を促進する。このくり返しによって、河道短絡の発生は上流から下流へと伝播してゆくと考えられるが、これは短絡後の最大偏角の激減によるものであり、勾配変化の影響ではない。上記④、⑤又点及び、自然河川で迂曲から短絡へと移行する箇所は勾配が急から緩へと急変する地点に集中していることを考慮すると、蛇行のおしつかりによる迂曲、短絡への移行は、勾配変化そのものの影響よりも、むしろ勾配変化地点付近での河岸土質の不均一性によって生じると考えられる。

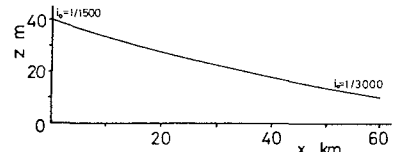


図4 河床縦断形状

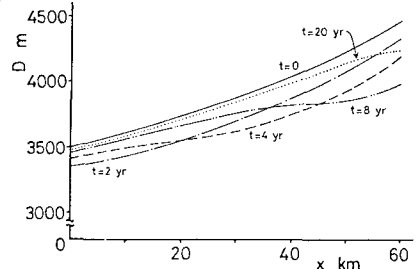


図5 蛇行波長の時間変化

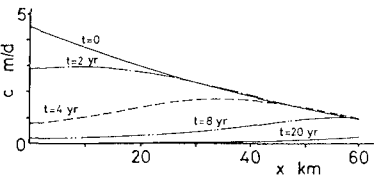


図6 前進速度の時間変化

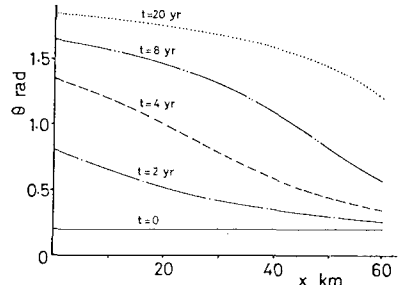


図7 最大偏角の時間変化

1) 山根・福岡「蛇行の発達に関する理論的研究」土木学会第35回年報発表集(1980)

2) Engelund, F. "Flow and Bed Topography in Channel Bends"

Jour. of Hy. Div. Hy. 11, 1974.

3) 池田・日野「河川の自由蛇行に関する理論的研究」土木学会論文報告集 第25号(1976)