

1. はじめに 開水路湾曲部における流れは流下方向に変化することが知られている。すなわち単一の180度湾曲部の前後に直線部が接続しているような水路の流れについては、直線部から湾曲部へ入った当初の位置における主流速度は内岸側で速く外岸側で遅いいわゆる自由渦型の分布をしている。それが徐々に最大流速の位置が内岸側から中央部へさらに外岸側の方へと流下するにしたがい変化してくる。

この遷移過程については2, 3の領域に区分して考えることが従来から行われている。たとえば渦度成分の存在に対応させた二次流の発生域、発達域、完全発達域の領域に分ける考え方があるいはさらにもう少し細く分けて、(1)上流直線部の影響大、(2)自由渦に近い領域、(3)遷移領域、(4)二次流の充分に発達した領域、(5)下流直線部の影響大の5つに区分する方法などがある。

湾曲部における流れを定量的に把握できるためには運動方程式、連続式を利用して解析的に解けることが望ましい。従来は主として湾曲部を充分流下して流れが流下方向に変化しない場合について検討されてきた。

今回は流下方向に変化する項も含んだ運動方程式を利用して数値計算した結果と実験値とを比較して検討を行った。

2. 基礎式 水深 h が曲率半径 r 等に比較して小さいとすることができる場合、開水路湾曲部における運動方程式は円筒座標を用いて表わすとつぎのようである。まず r 方向については

$$-(V_\theta^2/r) = -g I_r + \partial(\varepsilon \partial V_r / \partial z) / \partial z \quad \dots\dots(1) \quad \theta \text{方向については}$$

$$V_r(\partial V_\theta / \partial t) + (V_\theta/r)(\partial V_\theta / \partial \theta) + V_z(\partial V_\theta / \partial z) + V_r V_\theta / r = g I_\theta + \partial(\varepsilon \partial V_\theta / \partial z) / \partial z \quad \dots\dots(2)$$

z 方向については $g + (1/\rho)(\partial p / \partial z) = 0 \quad \dots\dots(3)$ ここに V_r, V_θ, V_z はそれぞれ r, θ, z 方向の流速、 I_r, I_θ はそれぞれ r, θ 方向の水面勾配、 ε は渦動粘性係数、 ρ は流体の密度、 p は圧力である。また連続式は $\partial V_r / \partial r + V_r / r + (1/r)(\partial V_\theta / \partial \theta) + \partial V_z / \partial z = 0 \quad \dots\dots(4)$ と表わされる。

式(4)を考慮して式(2)の左辺を変形すると $V_r(\partial V_\theta / \partial t) + V_z(\partial V_\theta / \partial z) + V_r V_\theta / r = (1/r^2)(\partial(r^2 V_\theta V_r) / \partial t) + (1/r)(\partial(V_\theta^2) / \partial \theta) + \partial(V_\theta V_z) / \partial z \quad \dots\dots(5)$ となる。式(5)を

式(2)に代入し、境界条件として水面、河床において $V_z = 0$ 、水面におけるせん断応力は $\tau_0 = \rho \varepsilon (\partial V_\theta / \partial z) = 0$ のもとに積分するとつぎのようになる。 $(1/r)(\partial(r^2 \int_{z_b}^{z_h} V_\theta V_r dz) / \partial t) + \partial(\int_{z_b}^{z_h} V_\theta^2 dz) / \partial \theta = g I_\theta r h - \tau_0 / \rho \quad \dots\dots(6)$ ここに z_b, z_h はそれぞれ河床、水面の z 座標、 τ_0 は河床におけるせん断応力である。

二次流 V_r については r 方向の運動方程式(1)を用いて得られる式、主流 V_θ の鉛直方向の分布については対数則による式を使って式(6)の中の積分を数値計算して代入するとつぎのようになる。

$$0.75(\sqrt{K}^3 C)(1/r) \partial(r h^2 V_m^2) / \partial t + \partial(V_m^2 h) / \partial \theta = g I_\theta r h - (g / C^2)(r V_m^2) \quad \dots\dots(7)$$

ここに K はKarman定数、 C はChezy係数で $\tau_0 / \rho = V_m^2 g / C^2$ 、 V_m は主流 V_θ を鉛直方向に平均したもの、 I_θ は主流方向の水面勾配の水路中央における値、 r_c は水路中央における曲率半径である。また I_θ については $I_\theta r = I_{\theta c} r_c$ と仮定している。

水深 h が θ 方向に変化しないと仮定し、 $S = r h^2 V_m^2$ と置き換えると式(7)は $\partial S / \partial \theta + 0.75(\sqrt{K}^3 C) h \partial S / \partial t = g I_{\theta c} r_c h^2 - (g / C^2)(r / h) S \quad \dots\dots(8)$

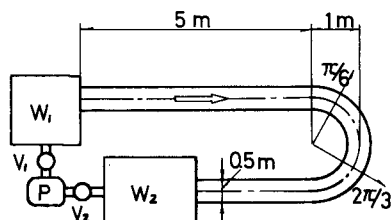


図-1 実験水路

表-1 実験条件

流量 Q (l/s)	平均 水深 $\bar{h}_m$ (cm)	平均 流速 $\bar{V}_m$ (m/s)	フルー ド数 Fr	レーノ ルズ数 Re ($\times 10^4$)	中央 粒径 D ₅₀ (mm)
205	13.1	34.1	0.31	4.91	0.72

となる。この式は S についての準線型微分方程式とみることができる。移項して差分の形にすると $4S/4\theta = 8I_c t_c h^2 - 0.75(18/k^2 C)h 4S/4\theta - (g/C^2) t_c S/h \dots\dots (9)$ と表わされる。

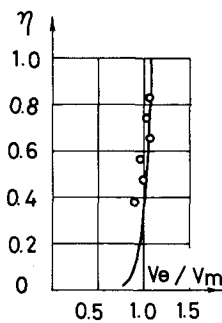


図-2-1 鉛直流速分布
($\theta = \pi/6$)

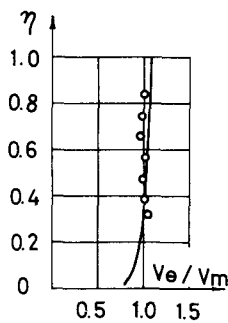


図-2-2 鉛直流速分布
($\theta = 2\pi/3$)

3. 実験的検討 使用した実験水路は図-1に示してあるように幅は50cm, 弯曲部の曲率半径は水路中心において1mで水路の内岸で $r_i = 0.75m$, 外岸で $r_o = 1.25m$ である。最初水路の底に約8cm程, 中央粒径が $D_{50} = 0.72mm$ の砂を水平に敷きならし流量が $Q = 20.5l/s$ の水を流し河床形がほぼ平衡に達したと思われる時点で水面高, 河床高, 流速等を測定した。今回流速分布等を検討する断面は弯曲角が $\theta = \pi/6$, $\theta = 2\pi/3$ の位置とした。これはそれぞれ弯曲部へ流入した当初の断面, 弯曲部を充分流下した断面であると考えることができる。

それらの断面における水路中央での鉛直流速分布を調べてみると図-2のようになった。弯曲流においては二次流が発達し運動量の交換が行われるため速度分布も鉛直方向に平均化されると考えられる。図中の実線は対数分布則によるものであるが, Karman定数としては通常使われる $k = 0.4$ より大きい $k = 0.6$ を使っている。

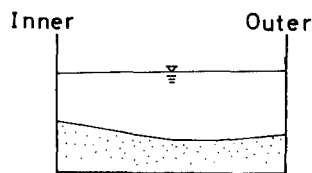


図-3 平均横断面

横断面については弯曲角が $\theta = \pi/6$ から30度ごとに $\theta = 2\pi/3$ まで測定したものを平均すると図-3のようになった。それぞれの断面の値もほぼこの平均化した値に近かった。

弯曲角が $\theta = \pi/6$, $\theta = 2\pi/3$ の断面における主流速度の横断方向についての分布は図-4のようである。横断方向に10cm間隔で5点の測定値が示されているが, それぞれの点の値は鉛直方向に平均したものである。主流速度の流下方向への変化は式(9)を使って計算した。4 θ については5度(0.08727rad.), 4 t は0.1m, $k = 0.6$, $C = 70$, $I_c t_c = 0.00015$ にとり, 弯曲角が $\theta = \pi/6$ の断面における実験から得られた流速分布を境界条件にして弯曲角が $\theta = 2\pi/3$ の断面まで計算した。計算結果が図-4-2に実験値とともに示してある。

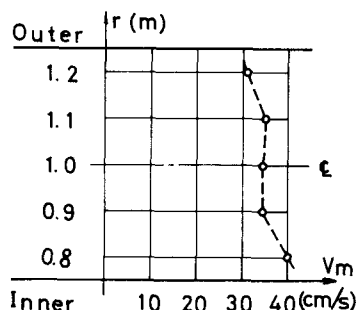


図-4-1 横断流速分布
($\theta = \pi/6$)

4. まとめ 開水路弯曲部における流れは流下するにしたがい変化するので領域に区分して考えることが行われている。しかしそれぞれの領域の境界は必ずしもはっきりしているというわけではない。流れが流下方向に一樣になったと考える領域については従来, 二次流の完全発達域として運動方程式の θ についての微分を0として取扱う方法も行われている。

今回は運動方程式における流下方向への変化も考慮した場合について数値計算をし実験値との比較を行った。すなわち式(9)において最初の条件として弯曲角が $\theta = \pi/6$ の断面の実験結果を代入し, 4 θ として5度ごとに逐次計算をし $\theta = 2\pi/3$ の位置の実験値と比較した。その結果が図-4-2に示してあるが計算値はよく実験値に一致していると見ることができる。

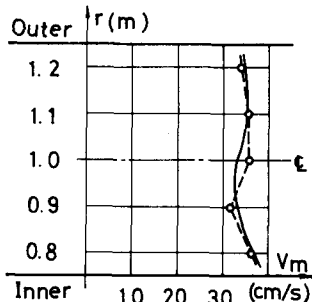


図-4-2 横断流速分布
($\theta = 2\pi/3$)