

京都大学大学院 学生員 戸田 圭一
京都大学工学部 正員 岩佐 義朗
京都大学大学院 学生員 葉師寺 公文

1 はじめに 開水路流れにおける物質の輸送、混合過程を説明するにあたって、せん断乱流場の流速分布特性の把握は重要な問題の1つである。本報は、実験水路及び実河川で行われたパルストレーサーテストにおける、断面内の多点で詳細に測定された局所平均流速データをもとにして、断面内の局所平均流速 $\bar{u}$ の、断面平均流速 $\bar{v}$ からの偏差量 $u' (= \bar{u} - \bar{v})$ の分布関数を求め、その特性を調べるとともに、濃度～時間曲線の近似表現として適合度が良好なガンマ分布型の確率密度関数との関連について考察を加えたものである。

2 使用データ 使用したデータは、著者らが行った移流分散実験3ケース(Run 1, 3, 4)及びGodfrey Frederickが米国の河川で行ったパルストレーサーテストであり、いずれも詳細な断面内流速の測定がなされている。実験ケースについては1断面、実河川の場合は、濃度～時間曲線が測定された4～6断面で流速測定が行われており、両者の場合とも断面内の100～150点で局所平均流速 $\bar{u}$ が測定されている。

3 流速分布特性 断面形状及び測定データを与えて、京都大学大型計算機センター、library program SDC ONTを用いて、等流速線図を求めた。得られた結果の1例を図1に示す。得られた等流速線図の面積をプランメーターで読みとることにより u' の分布関数を求めた。分布関数を求める際には、 u' の確率密度関数が指数分布に依う場合と比較するため、(1)のように変数変換を行った。

$$w = \frac{u'_{\max} - u'}{u'_{\max}} = \frac{\bar{u}_{\max} - \bar{u}}{\bar{u}_{\max} - \bar{v}} \quad (1)$$

また、分布関数 $F(w)$ 、確率密度関数 $f(w)$ は各々、(2)(3)のように定義される。

$$F(w) = \frac{A(w)}{A} \quad (2) \quad f(w) = \frac{dF(w)}{dw} \quad (3)$$

ここに A は断面積、 $A(w)$ は、 $w < w$ なる部分の面積、 $\bar{u}_{\max}$ 、 $u'_{\max}$ はそれぞれ、 $\bar{u}$ 、 u' の最大値である。実験3ケースについて、 w と $F(w)$ との関係と片対数紙上に表わしたものが図2であり、図中には、 w が指数分布に依う場合($F(w) = 1 - \exp(-w)$)も実線で示してある。図3は図2と同じ関係を指数確率紙に表わしたものであり、Run 1, 4の場合、指数分布からのずれが w の増加とともに顕著になってくる傾向がうかがわれる。実河川の場合は、 $F(w)$ は指数分布によくあっていると言えるが、他の場合は、実験値は実線よりも小さいの値をとるのがわかる。

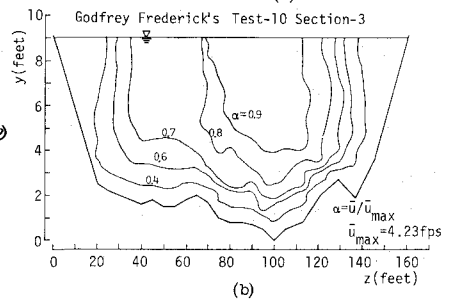
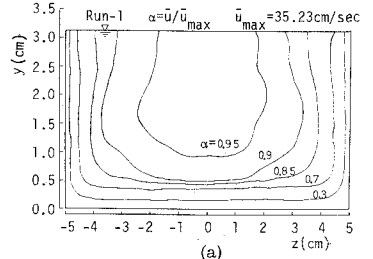


図1 等流速線図

る傾向がうかがわれる。実河川の場合は、 $F(w)$ は指数分布によくあっていると言えるが、他の場合は、実験値は実線よりも小さいの値をとるのがわかる。

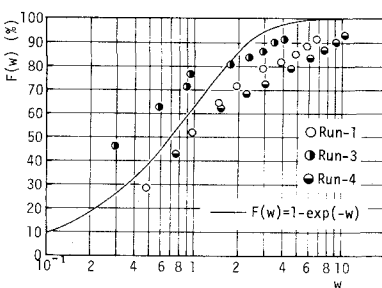


図2 wとF(w)との関係

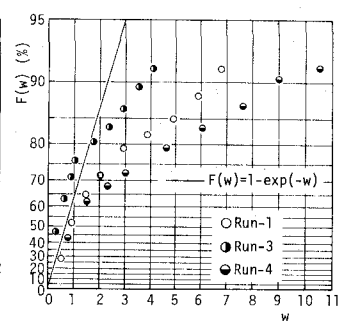


図3 wとF(w)との関係

4 u の分布関数とガンマ分布 ガンマ分布型の確率密度関数は、濃度～時間曲線の1次, 2次, 3次モーメントの値を用いることにより分布型を決定でき、規格化された断面平均濃度～時間曲線の近似表現として利用できる。実験データについては、図5に示すように適合度はきわめて良好であり、Godfrey-Frederick の濃度波形に適用した場合でも、テストケースにより差違はあるものの、おおむねその近似度は良好である。

Sayre は、McQuivey-Keefe⁵⁾のConvective Modelを修正し、2次元対数則に従う流れにおいて、 $t=0$ でパルスとして投入された物質が Δt 時間、局所平均流速によって移送だけで軸方向に輸送され、 Δt 時間後、断面内で混合するという考えに基づいて濃度～距離曲線がガンマ分布型の形で表わせることを示した。Sayre の考えを3次元流れに拡張し、 $f(w)$ が指数分布に従う場合には、規格化された断面平均濃度 $\bar{C}_m$ は、

$$\bar{C}_m(x, t_n) \sim \frac{[a(\bar{u}_{max} n \Delta t - x)]^{n-1}}{T(n)} \cdot \exp[a(x - \bar{u}_{max} n \Delta t)] \quad (4)$$

$$x \leq \bar{u}_{max} n \Delta t \quad \left(a = \frac{1}{(\bar{u}_{max} - v) \Delta t}, \quad n: \text{ステップ数} \right)$$

とガンマ分布型となる。

前節で得られた3次元の流速分布特性と、ガンマ分布型の確率密度関数の濃度波形への適合度、との関連について調べてみると、まず実験ケースのRun 4の場合、図2、図3より $F(w)$ は指数分布からずれているものの、図5に示すようにガンマ分布型の適合度はきわめて良い。また実河川のケースにおいても、図4 (a)(b)より、Test 1はTest 8に比べて $F(w)$ の指数分布からのずれが大きいにもかかわらず、図6 (a)(b)から、波形の適合度は両者とも良好である、という結果が得られる。以上の結果より、ガンマ分布型の確率密度関数の適合度は、 $F(w)$ が指数分布に従うことの適合度と必ずしも直接に結びついていないと言え難い。

5 おわりに 電子計算機を用いて等流速線図を描かせ、 u の分布関数の特性を調べ、 $f(w)$ が指数分布に従うことの適合度が、ガンマ分布型の確率密度関数による波形近似の適合性と必ずしも一致しない、という知見を得た。本研究を行うにあたって御協力いただいた京都大学、綾 史郎助手に謝意を表します。

《参考文献》

- (1) 綾、岩佐、戸田、第25回水理講演会論文集、1981 (2) Godfrey R.G. Frederick B.J. Paper 433-K, U.S. G. S., 1970 (3) 岩佐、綾、戸田、葉師手 関西支部、1981 (4) Sayre W.W. A.S.C.E. vol 103 HY7, 1977 (5) McQuivey R.S. Keefe J.N., A.S.C.E. vol 102 HY 10, 1976

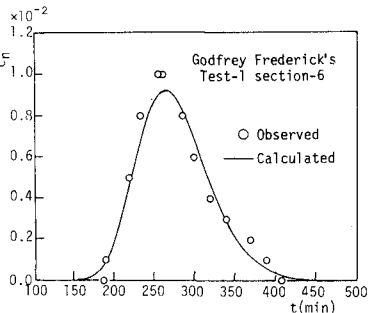


図6 (a) 濃度時間曲線

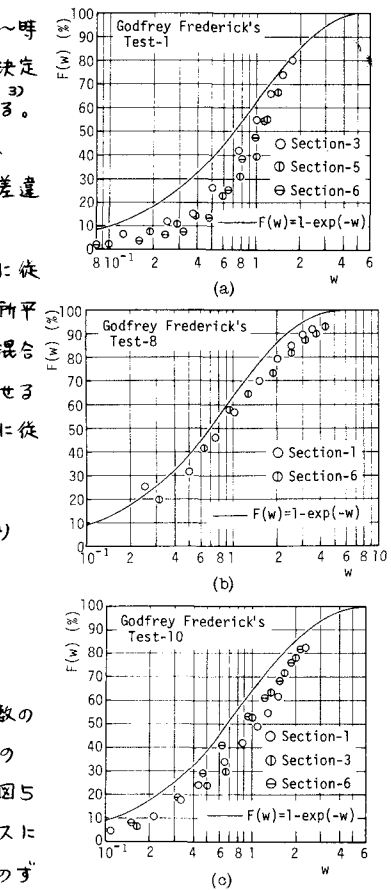


図4 wとF(w)との関係

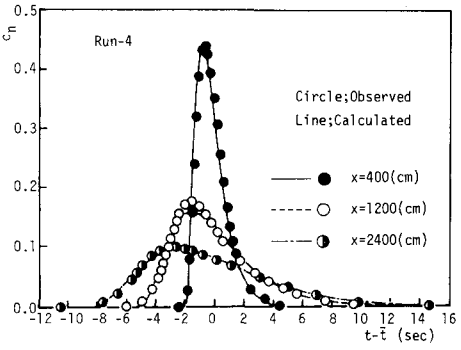


図5 濃度時間曲線

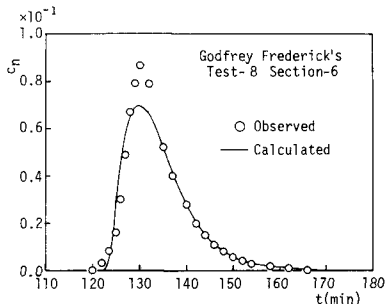


図6 (b) 濃度時間曲線