

京都大学大学院 学生員 西川 秀昭
京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗
京都大学工学部 正 員 綾 史郎

1. はじめに 本研究は、主流方向に流れが卓越する二次元せん断乱流場における主流方向の混合過程について、Euler的解析法及びLagrange的解析法の考え方に基づき乱流拡散の数値シミュレーションを行ったものであり、両手法によって得られた結果より、このような流れの場における混合過程の特性が明らかにされた。また、本研究で用いた擬似的なLagrange的シミュレーションの流れの場における混合過程の解析への適用性が確認されるとともに、Lagrange的乱れ特性量について若干の知見を得た。

2. Euler的解析法に基づく数値シミュレーション

2.1 数値シミュレーション法; 基礎方程式として、Eulerの二次元乱流拡散方程式(ただし、 $\bar{u}_y = 0$) (1)式を用いる。

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u}_x \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = \epsilon_x \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y} (\epsilon_y \frac{\partial \bar{C}}{\partial y}) \quad (1)$$

ここに、記号は慣用の通りである。(1)式を、水深 d 、摩擦速度 u_τ を用いて無次元化するとともに、移動座標系 $\xi = (x - \bar{u}_x t)/d$, $\eta = y/d$, $\tau = t/(d/u_\tau)$ に改め、ADI法により差分化し数値計算を行った。差分間隔は、 η 方向についてはFig. 1に示すように14、あるいは11分割した。 ξ 方向については、トレーサの投入時刻からの経過時間に応じて、濃度波形が十分表現できるよう $\Delta \xi = 0.01, 0.05, 0.2$ の3段階にわけるとともに、 $\Delta \tau$ もそれに応じて $\Delta \tau = 0.0002, 0.01, 0.05$ とした。なお初期条件は、 $\tau = 0$ で、 $-0.1 \leq \xi \leq 0.1$ に矩形波として与えた。局所平均流速 $\bar{u}_x$ の分布形としては、対数則 $(\bar{u}_x - \bar{u}_\tau)/u_\tau = (\ln \eta + 1)/k$ を与えた。ただし、水路床の流速は、台形公式により $(\bar{u}_x - \bar{u}_\tau)$ を数値積分し、0となるように与えた。乱流拡散係数としては、Table 1に示されるような組合せについて計算した。

2.2 結果とその考察; Table 2の欄にモーメント法によって決定された分散係数値を示した。Table 2の欄は、与えられた条件のもとで、Elderの推定式¹⁾

$$\frac{D_E}{d u_\tau} = \frac{\bar{\epsilon}_x}{d u_\tau} + \int_0^1 \frac{d\eta}{\theta_y} \left\{ \int_0^1 \frac{\bar{u} - \bar{u}_\tau}{u_\tau} d\eta \right\}^2 \quad (2)$$

に従って数値積分して求めた分散係数である。Elderの解析に相当する数値計算例は、Run E310であるが、この場合(2)式に従って解析的に求められる分散係数は、 $D_E/d u_\tau = 8.11 (= 1.80 + 6.31)$ ($k = 0.4$)であり、この値は数値計算によってRun E310において得られた $D_E/d u_\tau = 8.43$ と極めて良い一致をしている。また、Table 2の欄との比較により、数値シミュレーションにより得られる分散係数と、(2)式の数値積分による値とも極めて良い一致をしていることが知られる。またE300, E301, およびE310, E311の結果の比較からわかるように、 ϵ_y が小さい時、水路床の流速の与え方により、得られる分散係数の値が異なり、このような流速急変部の取扱いは留意せねばならないことがわかる。つぎに、E100, E300, E310, およびE101, E301, E311の結果から、 ϵ_y の分布形の影響は小さく、むしろ ϵ_y の平均的な値の違いにより、分散係数の値が異なってくることも知られる。また、Fig. 2は、統計的分散の時間的挙動につ

Table 1

	(1) $\epsilon_x/d u_\tau$	(2) $\epsilon_y/d u_\tau$	(3) u_τ^2/u_τ^2	(4) u_τ^2/u_τ^2	(5) $(u_x(0) - u)/u_\tau$
Run-E100	1.802	0.276	2.50	0.383	-10.32
Run-E110	1.802	0.276	2.50	0.383	-20.00
Run-E300	1.802	$\kappa/6$	2.50	0.0926	-10.32
Run-E310	1.802	$\kappa(n-n^2)$	2.50	0.0926	-10.32
Run-E101	1.802	0.276	2.50	0.383	-4.18
Run-E301	1.802	$\kappa/6$	2.50	0.0926	-4.18
Run-E311	1.802	$\kappa(n-n^2)$	2.50	0.0926	-4.18

Table 2

	$D_E/d u_\tau$	$D_E/d u_\tau$
Run-E100	3.48	3.42
Run-E110	3.85	3.72
Run-E300	8.70	8.46
Run-E310	8.43	---
Run-E101	3.05	2.77
Run-E301	6.97	5.79
Run-E311	6.06	---

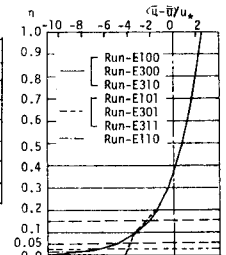


Fig. 1

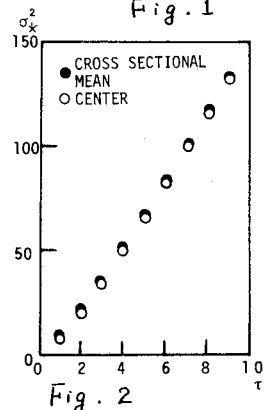


Fig. 2

いて、断面平均と $\eta=0.5$ における濃度とで比較したものであるが、この場合、ほぼ同一とみてよい。

3. Lagrange 的解析法に基づく数値シミュレーション

3.1 数値シミュレーション法; 流体中の1つの流体粒子の運動に着目し、時刻 $t=n\Delta t$ に (x^n, y^n) に存在した粒子が、 Δt 時間後に (x^{n+1}, y^{n+1}) に移動した時、両者の関係を

$$x^{n+1} = x^n + v_x(\alpha, n\Delta t)\Delta t \quad (3)$$

$$y^{n+1} = y^n + v_y(\alpha, n\Delta t)\Delta t \quad (4)$$

で近似する。ここに v_x, v_y は、粒子の持つLagrange的速度であり、Euler速度との関係は、

$$v_x(\alpha, n\Delta t) = \bar{u}_x\{(y^n + y^{n+1})/2, 0\} + u_x(x^n, y^n, n\Delta t)$$

$$v_y(\alpha, n\Delta t) = \bar{u}_y(x^n, y^n, n\Delta t)$$

とする。 $\bar{u}_x$ は、対数則で与え、乱れ成分(u_x, u_y)は、日野の複号乱数列モデルを用いて発生させ、乱流場は、単純に等質であると仮定している。乱れ強さは、浅野⁽³⁾、Laufer⁽⁴⁾らの実験結果より、Table 3のように与えた。発生させた粒子数は、断面内の10点より200個ずつ、計2000個である。

3.2 結果とその考察; Lumley⁽⁵⁾らの考え方に従えば、

Lagrange 的乱れ強さ、統計的分散、分散係数は、

$$\langle v_x'^2 \rangle = \int_0^t \langle (\bar{u}_x - \bar{u})^2 + u_x'^2 \rangle d\tau \quad (5)$$

$$\langle x'^2 \rangle = 2 \langle v_x'^2 \rangle \int_0^t (t-\tau) R_x(\tau) d\tau \quad (6)$$

$$D = \langle v_x'^2 \rangle \int_0^t R_x(\tau) d\tau, (T-1), D_{00} = \langle v_x'^2 \rangle T \quad (7-2)$$

であり、対数則を用いると、 $\int_0^t \langle (\bar{u}_x - \bar{u})^2 \rangle d\tau = 6.25 u_x'^2$ である。

シミュレーションによって得られたLagrange 的乱れ強さ、分散係数をTable 4に示した。Euler的シミュレーションの結果とLagrange的シミュレーションの結果を比較したものが、Fig. 3, Fig. 4であり、計算条件がほぼ同一なE100, L10, 及びE300, L30を比較すると、いずれの場合もLagrange

的解析法によるものが分散係数、統計的分散とも若干大きい(Fig. 3)か、その波形は、ほぼ同一とみてよく(Fig. 4)、また、Table 4より(5)式が満足されていることもわかり、このような単純な擬似的なLagrange的シミュレーション法で移流分散現象は、シミュレーションでさると考えられる。Fig. 5は、自己相関関数 $R_x(t)$ として指数関数を用いた時の(6)式と実験結果を比較したものであり、良い一致をみている。またTable 5は、Lagrangian Integral Time Scale T_L について、(7-2)式、Fischerの推定式($T_F = T_E/4.8$)、及び乱れ特性量の関係から求めた T_L について示したものであるが、Fischerの式は、比較的良好な推定値を与えている。

4. おわりに 局所平均流速の分布が指数則の場合について、現在検討中であり講義時に述べる。本研究を進めるにあたり、御協力頂いた元京都大学大学院生(現水資源公団)森田 義則氏に深く謝意を表します。

Table 3

	(1) ϵ_x/du_x	(2) ϵ_y/du_y	(3) $\overline{u_x'^2}/u_x'^2$	(4) $\overline{u_y'^2}/u_y'^2$	(5) $\overline{u_x'^2}(0)/\overline{u_x'^2}$
Run-L10	1.802	0.276	2.50	0.383	log-1a
Run-L20	0.000	0.276	0.00	0.383	log-1a
Run-L30	1.802	$\kappa/6$	2.50	0.0926	log-1a
Run-L40	0.000	$\kappa/6$	0.00	0.0926	log-1a
Run-L50	1.802	1.802	2.50	2.50	log-1a
Run-L60	1.802	0.200	2.50	0.276	log-1a

Table 4

	(1) $[v_x'^2]/u_x'^2$	(2) $[v_y'^2]/u_y'^2$	(3) D_H/du_x	(4) $[v_x'^2]_{T_{SL}}$	(5) $[v_x'^2]_{T_{SL}}$
Run-L10	8.23	0.360	5.45	5.51	7.67
Run-L20	5.82	0.384	3.61	3.74	6.02
Run-L30	8.41	0.094	11.80	15.80	16.94
Run-L40	6.40	0.093	10.00	10.59	12.49
Run-L50	8.43	2.550	2.87	2.75	5.00
Run-L60	7.84	0.310	6.05	3.97	7.25

(4) T_{SL} : 相関係数より求めたもの。(5) T_{SL} : スペクトルより推定した値

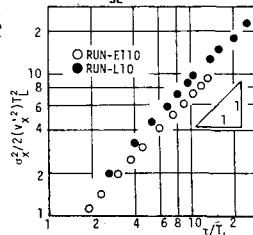


Fig. 3

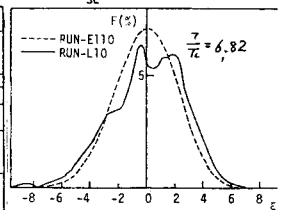


Fig. 4 (1)

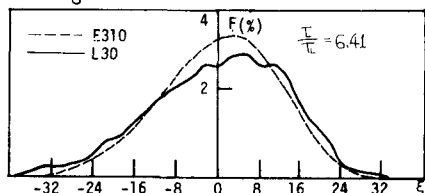


Fig. 4 (2)

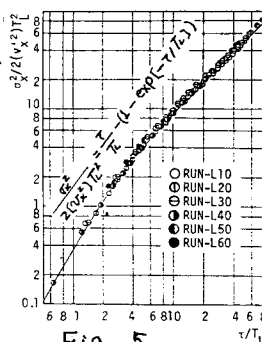


Fig. 5

Table 5

	(1) T_L	(2) T_F	(3) T_{SL}	(4) T_S
Run-L10	0.660	0.367	0.793	0.9
Run-L20	0.625	0.367	0.692	1.0
Run-L30	1.403	1.513	1.878	2.0
Run-L40	1.560	1.513	1.655	1.9
Run-L50	0.340	0.056	0.326	0.5
Run-L60	0.770	0.507	0.507	0.9

(3) T_{SL} : 相関係数より求めたもの。(4) T_{SL} : スペクトルより推定した値。