

電源開発株式会社 正会員 ○新庄 高久
長岡技術科学大学 正会員 福嶋 祐介
(財)電力中央研究所 正会員 守屋 祥一

1. 生えがき 河口を流出する密度流は、密度差、流量、河口幅等により様々な拡がり形状を示す。極端な場合としては、例えば、温水時には指数関数的に拡がり、実験室内においては180°に広がる流出形態を示すことがある。このような河口密度流は慣性効果に比して、粘性効果が卓越しており、河口での内部フルード数^{1),2)}が非常に小さく、時には0.1を下まわる。柏村、吉田は180°に広がる河口密度流の流線が、単一流体からなる二次元ポテンシャル流に酷似していることを指摘した。²⁾しかし、密度差効果を考慮していないため、河口密度流に特有の三次元的流動様式については十分には説明しきれていない。高野は、慣性項を無視し、水平拡散効果と密度差効果が卓越する場合について、流線の拡がり³⁾と水深変化を解析的に検討している。本研究は、鉛直方向の粘性効果と密度差効果が卓越している180°に広がる河口密度流について、界面形状、水平面内の速度分布および河口での内部フルード数を解析的に求め、柏村、吉田が行なつたレイノルズ数^{2),4)}Reの小さな河口密度流の実験結果と比較し、理論の適合性を検討する。

2. 理論 図1に座標系および記号を示す。流れは層流であり、水路幅に比べて淡水深が非常に小さい場合を考える。このとき、鉛直方向の粘性の影響に比べ、水平方向の粘性の影響は無視でき、鉛直方向の流速は水平方向の流速に比べて十分小さい。このとき、基礎方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (2) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (3) \quad \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \quad (4)$$

となり、地下水流れで用いられるHelmholtz型と類似のものとなる。

界面の混合を無視し、式(1)を淡水層について積分すると、単位幅流量 q_x , q_y は流関数 Ψ によつて

$$q_x = -\frac{\partial \Psi}{\partial y} \quad (5) \quad q_y = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (6)$$

と表わされる。

一方、下層が静止していると考えると、式(4)から圧力 P が、相対密度 ϵ と淡水深 h で表わされる。

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \epsilon \rho_0 g \frac{\partial h}{\partial x} \quad (7) \quad \frac{\partial P}{\partial y} = \epsilon \rho_0 g \frac{\partial h}{\partial y} \quad (8)$$

水面および界面での境界条件を考慮し、式(2)、式(3)を用いて、 u , v を求め、それらを式(7)、式(8)を用いて淡水層について積分すると、単位幅流量 q_x , q_y は次式で表わされる。

$$q_x = \int_0^h u dz = -\beta \frac{\epsilon g}{\nu} \frac{\partial h^*}{\partial x} \quad (9) \quad q_y = \int_0^h v dz = -\beta \frac{\epsilon g}{\nu} \frac{\partial h^*}{\partial y} \quad (10)$$

ここで、 $\beta = \{\alpha / [2(1-\alpha)] - 1/3\} / 4$, $\alpha = u_i / U = v_i / V$: 界面流速 u_i , v_i と水面での流速 U , V の比である。式(9)、式(10)で表わされる q_x , q_y は同値の条件を満足しており、ポテンシャル型が存在する。

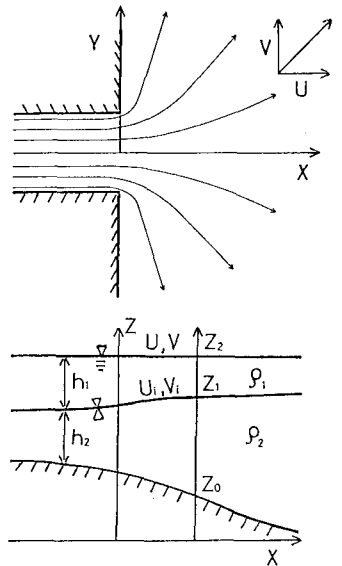


図1 座標系および記号

$$\Phi = \beta \frac{\varepsilon g}{\nu} h_i^* \quad (11)$$

このとき、淡水深 h_i と河口での平均フルード数 Fi は次のように表わされる。

$$h_i = \left[\frac{\nu Q_i}{2\beta \varepsilon g} \Phi^* \right]^{\frac{1}{4}} \quad (12)$$

$$Fi = C \left[Re \cdot \frac{h_i}{B} \right]^{\frac{3}{2}} \quad (13)$$

ここで、 $C = \left\{ \int_0^1 (\Phi^*/2\beta)^{\frac{1}{4}} dy^* \right\}^{-\frac{4}{3}}$ 、 $\Phi^* = \Phi/(Q_i/2)$ 、 $\Phi^* = \Phi/(Q_i/2)$ 、 Φ^* ：河口での Φ 、 $x^* = x/(B/2)$ 、 $y^* = y/(B/2)$ 、 $Re = Q_i/(\nu B)$ 、 $h_i/B = \{Q_i^2/(\varepsilon g B^3)\}^{\frac{1}{3}}$ ：内部限界水深と河口幅の比である。無次元ポテンシャル Φ^* が決まれば、式(11)～(13)より流れを完全に解くことができる。

3. 影響半径の決定 180° に広がる流れに対し Schwarz-

Christoffel変換を用い、無次元ポテンシャル Φ^* 、流関数 Ψ^* を計算する。ポテンシャル Φ^* を求めるためには、 $\Phi^* = 0$ の位置をあらわす無次元の影響半径 R^* が必要である。しかし、 R^* は理論的には定まらないため、界面形状の実験値と理論値の比較から決定した。この場合の実験値は柏村らの定義する A-Type のもので、 180° に広がる流れである。図2 は R^* を変化させて計算した界面形状の理論値と実験値とを比較したものである。 R^* を 100 に選ぶと理論値は実験値をよく説明する。流速の比 α は Lock の解析結果を参考にし $\alpha = 0.5$ とした。この R^* 、 α を用いて式(13)の定数 C を計算すると、 $C = 0.45$ となった。

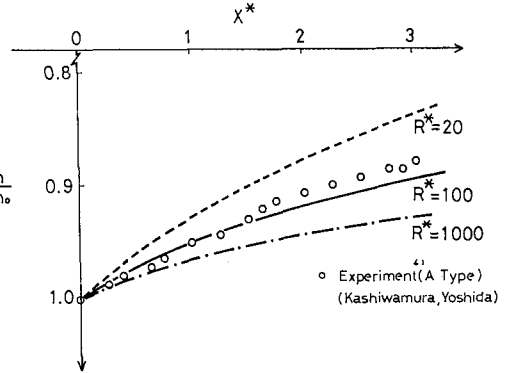


図2 界面形状の比較(影響半径 R^* の決定)

4. 実験結果との比較 決定した R^* を用いて等流速線を探求めたものを図3に示す。複雑な現象にもかかわらず、理論値(破線)は実験値(実線)をよく説明している。両者の差異は、理論では x 方向の慣性項を無視しているのに対し、現実の流れでは完全には無視できないことによるものと思われる。図4は河口での内部フルード数の実験値と実線で示された 180° に広がる場合の理論値(式(13))の比較を示す。 $Re \cdot h_i/B$ の小さい領域で 180° に広がる場合の実験値(A-Type)を1～2割程度の差でよく説明している。

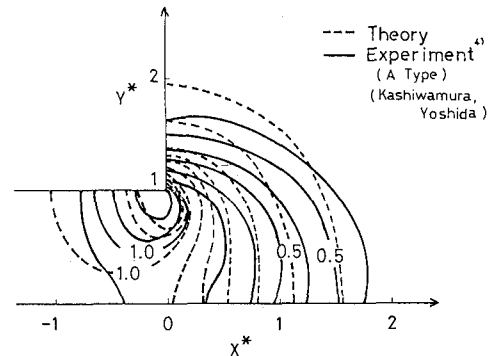


図3 等流速線図の比較

5. まとめ 従来、理論解析が不十分であつた粘性効果の卓越した漸変河口密度流の淡水深変化、流速変化、内部フルード数変化等を解析的に取り扱えるようになった。最後に、貴重な実験結果を提供して下さいた北海道大学の吉田博士に深甚の謝意を表します。

参考文献 1) 柏村、吉田、14回海講、1967

2) 吉田、北学位論文

3) 高野、J. Oceanogr. Soc. Japan, Vol. 10, No. 3, 1954

4) 柏村、吉田、16回海講、1969

5) 密度流研究委員会、論文報告集、1975, 10.

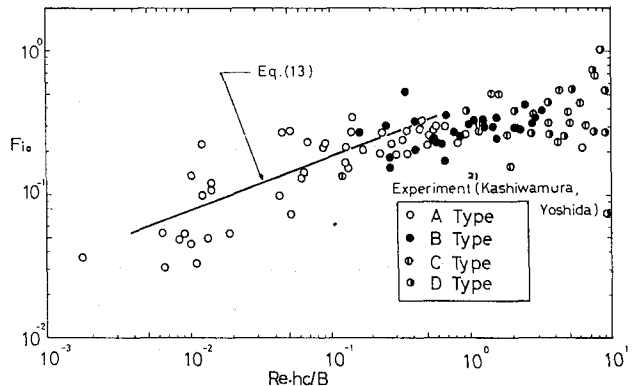


図4 河口での内部フルード数