

II-222 急変河口密度流の支配断面の決定法について

財電力中央研究所 正会員 守屋 祥一
東京工業大学工学部 正会員 福岡 捷二
長岡技術科学大学 正会員 福岡 祐介

1. まえがき 河口密度流の淡水部の流れは、通常、河川部では常流状態、海部では射流状態で流れ、その遷移領域である河口付近には水理学的に重要な支配断面が生じている。レイノルズ数が比較的大きく、淡水深が水路幅に比べて相対的に大きい場合には、河口付近の淡水深の変化はより急激になる。静水圧分布の仮定に基づいた従来の漸変流解析では、このように流線の曲がりが見える流れを完全に表現することはできない。吉田らによれば、急変密度流の場合、漸変密度流に対して定義された慣用的な内部フルード数は、すでに河川内で1.0を超えている。このことは、漸変流解析で説明することはできない。そこで、流線の曲がりが見える河口密度流に対して、圧力が静水圧分布からずれることを考慮した急変流解析によって、支配断面の位置、及び限界水深の大きさを理論的に求める。

2. 理論 図1に、解析で用いた座標系、及び諸記号を示す。流れは定常非圧縮であり、淡水層は完全な乱流状態の場合を考える。河口近傍では、淡水の水平方向の広がりには小さく、 $u \gg w \gg v$ である。界面での混合を無視し、塩水層は静止しているとする。

淡水が河口を流出した直後では、 y 方向の運動は、 x 方向の運動に比べて、十分小さいと考えられるので、圧力 P は y 方向に一様となり、

$$P(x, z) = \begin{aligned} &\rho_1 g \{z - z_0(x)\} + P'(x, z) \quad \text{淡水層} \\ &\rho_2 g \{z - z_0(x)\} + \rho_1 g \{z - z_1(x)\} + P(x, z) \quad \text{塩水層} \end{aligned} \quad (1)$$

で表わされる。ここで、 P' ：流線の曲がりによる静水圧からの差圧、である。

自由表面、界面での運動学的条件、及び境界条件を考慮して、 x 方向の運動方程式を、淡水層($z_0(x) \leq z \leq z_1(x)$)、及び塩水層($z_1(x) \leq z \leq z_2(x)$)について、 y, z で積分し、式(1)の関係をを用いて整理すると、次式を得る。

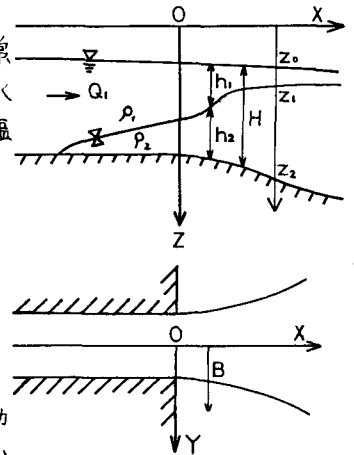


図1. 座標系、及び諸記号

$$\text{淡水層} \quad \frac{d}{dx} \int_{z_0}^{z_1} u^2 dz dy = -\frac{B}{\rho} \left[-\rho_1 g (z_1 - z_0) \frac{dz_0}{dx} + \frac{d}{dx} \int_{z_0}^{z_1} P' dz - P' \frac{dz_1}{dx} \right] + \left[\int_{z_0}^{z_1} \frac{\tau_{xz}}{\rho_1} dz + \int_0^B \frac{\tau_{xy}}{\rho_1} dy \right] \quad (2)$$

$$\text{塩水層} \quad g(z_2 - z_1) \frac{dz_0}{dx} = -\varepsilon g(z_2 - z_1) \frac{dz_1}{dx} + (z_2 - z_1) \frac{1}{R} \frac{dP'}{dx} + \frac{1}{B} \int_0^B \frac{\tau_{xz}}{\rho_1} dy \quad (3)$$

ここで、 P' ：淡・塩水の界面での静水圧分布からの差圧、 τ ：界面で作用するせん断応力、 $\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1$ ：相対密度差、である。いま、塩水層は静止していると考えているので、式(3)は水面勾配、界面勾配、界面での差圧、及び界面でのせん断力の静的なつりあい条件を示している。式(2)・(3)から、 z_0 に関する項を消去し、 ε の2次以上の項を省略し、連続条件を考慮すると、式(2)は dh/dx について、次のように整理される。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{F_c^2 [K_2(x) \cdot h/B \cdot dB/dx - 1/2 \cdot (h/B + H/h_2) \cdot \bar{f}_c]}{1 - K_1(x) \cdot F_c^2} \quad (4)$$

ここで、 K_1, K_2 は、流線の曲がり起因し、場所によって変化する係数であり、

$$K_1 = \beta - h_1^* \frac{\partial \beta}{\partial h_1^*} + \frac{1}{2} \left(h_1^* \frac{\partial P'}{\partial h_1^*} - P_c^* - h_1^* \frac{\partial P'}{\partial h_1^*} + \bar{P}^* \right) \quad (5) \quad K_2 = \beta - P_c^* + \bar{P}^* \quad (6)$$

である。 β ：運動量補正係数、 $\bar{P}^* = P' / (1/2 \rho \bar{u}^2)$ ：単位体積あたりの断面平均運動エネルギーで無次元化された差圧、 $\bar{P}^*$ ：無次元差圧の断面平均値、 $\bar{f}_t$ ：界面摩擦抵抗係数、 $F_t = Q / (\varepsilon g h^3 B^2)^{1/2}$ ：静水圧分布を仮定した淡水の内部フルード数、 Q ：淡水流量、 $h_t^* = h_t / h_0$ 、 $x^* = x / h_0$ 、 h_0 ：河口での淡水深、である。

K_1 、 K_2 に含まれている β 、 P^* は、原理的には、 x 、 y 、 z 方向の運動方程式を完全に解くことによって決定される。しかし、これらの方程式は非線形になるために、解析的に解くことは不可能である。ところが、本研究で対象としているような縮流を伴って流出する流れは、せん断力の効果よりも、圧力の効果の方が、はるかに卓越しており、淡水の流れはポテンシャル流的にふるまうと考えられる。そこで、実験から得られた無次元界面形状 $h_t^*(x^*)$ を与え、 x - z 平面内の淡水の流れをポテンシャル流れと近似し、数値計算より β 、 P^* を求める。

支配断面の生じる位置は、式(4)の分母・分子を河口から沖合にそれぞれ計算し、最初に、かつ同時にゼロになる場所である。淡水の流動幅を実験結果より、界面摩擦抵抗係数 $\bar{f}_t$ を金式より求め、水理条件(Q 、 ε)を与えると、式(4)の分母・分子は $x^* \cdot h_0$ のみの関数となり、支配断面の位置と限界水深の大きさが決定される。さらに、水面形方程式(4)の分母=0のとき内部フルード数が1.0になるように、急変流の内部フルード数 F_{tr} を新たに定義すると、次式を得る。

$$F_{tr} = \sqrt{K_1 \cdot F_t} \quad (7)$$

図2は、数値計算(リラクゼーション法)から求められた界面での無次元差圧 P^* 、及び平均差圧 $\bar{P}^*$ を示している。 $x^* = -1.5$ 付近から、 P^* の増加が激しくなり、河口付近で最大となっている。この値は、 $\bar{f}_t$ に比べて非常に大きいものであり、流線の曲がりによる静水圧からの差圧の効果を無視できないことがわかる。図3は、流線の曲がり起因した係数 K_1 、 K_2 の変化を示している。河口から遠ざかると界面の曲率が小さくなるために、それぞれ漸変流の場合の値1.0に漸近していく。図4は、流線の曲率を考慮した本解析、及び従来の漸変流解析($K_1 = K_2 = 1.0$)での、支配断面の位置、及び界面形状を、実験結果と比較したものである。支配断面の位置は、両解析とともに河口のすぐ近傍となる。一方、河口での淡水深は、差圧を考慮した本解析の方が、実験値をよく説明していることがわかる。

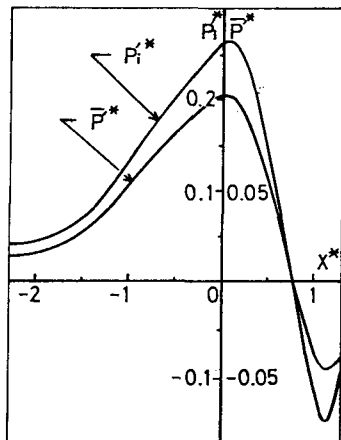


図2. 無次元差圧の変化

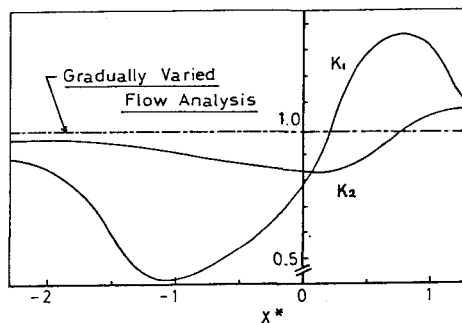


図3. $K_1(x^*)$ と $K_2(x^*)$ の変化

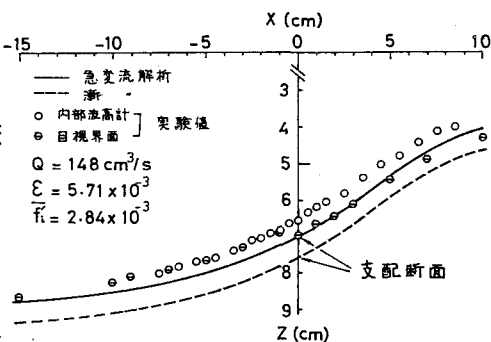


図4. 支配断面、及び界面形状の比較

3. あとがき

本研究は流線の曲率の効果を考慮した急変流解析によって、支配断面の位置、及び限界水深の大きさを求めたものである。急変流解析では、本解析のように、界面形状を与えなければ解けない問題点を含んでいる。しかし、流線の曲がりの影響が大きな流れに対しては、従来の漸変流解析では、正確な知見は得られない。急変流解析のもつ問題点を1つ1つ解決する努力が必要であると考えている。