

九州大学 〇学生員 平野 文昭

九州大学 正会員 神野 健二

九州大学 正会員 上田 年治

1. まえがき 海岸帯水層領域に土木構造物を建設する際、地下水位を掘削面まで低下させ基礎構造物の工事が行なわれる。その際、掘削面の地下水位の低下にもなって、塩水楔が侵入し地域の塩水化を生じている。従来、地下水位低下工法では、掘削部周囲の揚水井から一定量の揚水を行ない地下水位を低下させているが、地下水面を均一に下げる場合揚水井の位置によってその揚水量が異なり揚水が効率的に行なわれていないようである。本報では、掘削部周囲に地下水位低下のための揚水井および予め設定した塩水楔の侵入限界線上に注入井を設け、塩水楔先端の侵入限界線と掘削面での上限の地下水位（高限界水位）および揚水井の低限界水位の各制限を越えない条件のもとで、揚水井と注入井の最適の揚水量と注入量とを線形計画法を用いて算定したものである。

2. 基礎方程式 地下密度流の場合の地下水流を支配する方程式は流量ポテンシャルを用いてダルシー則と連続の式より、

$$\frac{\partial}{\partial x} (k \frac{\partial \Phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (k \frac{\partial \Phi}{\partial y}) = \sum Q_m \delta(x-x_m) \delta(y-y_m) \quad (1)$$

ここに、 Φ は流量ポテンシャル、 k は透水係数、 x_m, y_m は井戸 m の x, y 座標、 Q_m はその取水量、 δ はデルタ関数である。

流量ポテンシャルは、図-1の領域Iでは、 $\Phi_I = \frac{1}{2} \frac{P_s}{P_s - P_f} (\phi - H_s)^2$ — (2) 領域IIでは、 $\Phi_{II} = \frac{1}{2} \phi^2 - \frac{1}{2} H_s^2 \frac{P_s}{P_f}$ — (3) 塩水楔

の先端位置では、 $\Phi_c = \frac{1}{2} H_s^2 \frac{P_s}{P_f} \frac{P_s - P_f}{P_f}$ — (4) である。

ここに、 P_f, P_s は淡水、塩水密度、 ϕ は淡水水頭、 H_s は図-1の値である。

3. 最適問題への定式化 式(1)に対応する汎関数は、 $\chi(\Phi) = \frac{1}{2} \iint \{ k \{ (\frac{\partial \Phi}{\partial x})^2 + (\frac{\partial \Phi}{\partial y})^2 \} dx dy + \iint \sum Q_m \delta(x-x_m) \delta(y-y_m) \Phi dx dy$ — (5) これを有限要素法により離散化し式(5)の変分をとると各節点のポテンシャル Φ_i を未知数とする連立方程式が得られ、マトリックス表示すると $A\Phi + Q = 0$ — (6) 制約条件を与える節点については、 $Q_i = B\Phi_i + C$ — (7) 次に掘削部周囲の揚水井節点に添字 w 、掘削部内節点に添字 k 、所定の取水を行ない取水用井戸節点に添字 m 、塩水楔侵入限界位置の注入井節点に添字 s をつけ、さらに $\Phi_w^*, \Phi_k^*, \Phi_m^*, \Phi_s^*$ をそれぞれ揚水井節点、掘削部内節点、取水用井戸節点、塩水楔侵入限界節点の流量ポテンシャルの限界値とし、 $\Phi_w' = \Phi_w - \Phi_w^*, \Phi_k' = \Phi_k - \Phi_k^*, \Phi_m' = \Phi_m - \Phi_m^*, \Phi_s' = \Phi_s - \Phi_s^*$ — (8) とする。いま与えられた制限のもとで掘削部周囲の揚水井による揚水量と塩水楔侵入限界位置の注入井による注入量との総和を最小にする場合を最適状態と定義することにする。すなわち、この最適問題の制約条件は、

$$\begin{bmatrix} Q_w \\ Q_k \\ Q_m \\ Q_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ww} & B_{wk} & B_{wm} & B_{ws} \\ B_{kw} & B_{kk} & B_{km} & B_{ks} \\ B_{mw} & B_{mk} & B_{mm} & B_{ms} \\ B_{sw} & B_{sk} & B_{sm} & B_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_w' \\ \Phi_k' \\ \Phi_m' \\ \Phi_s' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ww} & B_{wk} & B_{wm} & B_{ws} \\ B_{kw} & B_{kk} & B_{km} & B_{ks} \\ B_{mw} & B_{mk} & B_{mm} & B_{ms} \\ B_{sw} & B_{sk} & B_{sm} & B_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_w^* \\ \Phi_k^* \\ \Phi_m^* \\ \Phi_s^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_w \\ C_k \\ C_m \\ C_s \end{bmatrix} \geq 0 \quad (9)$$
 (ここに Q_m は取水用井戸の取水量)

目的関数は、 $f = -g = -(\sum_{w=1}^W Q_w - \sum_{s=1}^S Q_s)$ — (10) (W は $1 \sim W$ 、 W は揚水井総数、 S は $1 \sim S$ 、 S は注入井総数) 故に、制約条件、式(9)、(10)のもとに目的関数、式(10)を最大とする解を求める線形計画の問題となる。

4. 実験値と計算値の比較 実験は図-2の領域で、浸透層に平均粒径 0.5 mm の砂を均一に詰め、境界条件を B_1 は $H_s = 19.8 \text{ cm}$ 、 B_2 は $H_f = 23.0 \text{ cm}$ 、 B_3, B_4 は不透水壁とし、まず浸透層内の3個の取水井からそれぞれ異なる量 (表-1の(1)欄の Q_{1-3}) の取水を行ない定常状態の塩水楔の先端位置を求めた (図-2参照)。次にこの実験で求めた塩水楔の先端を侵入限界線とし取水井の総取水量を最大とする最適取水問題を解き表-1の(2)欄の Q_{1-3} を得た。

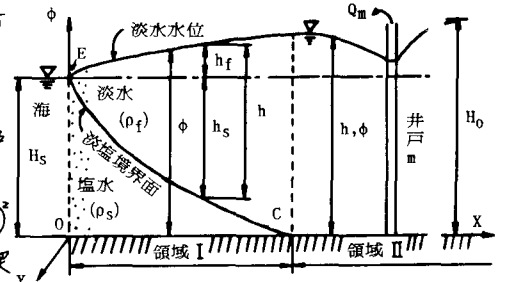


図-1 不圧領域地下密度流断面図

表-1の(1),(2)欄をみると、各取水井の取水量の多少の傾向、総量と両者がほぼ一致し最適取水問題の解が得られていると考えられる。

表-1 各井戸の取水量(単位cm³/s)

	Q ₁	Q ₂	Q ₃	総取水量
(1)実験での取水量	12.64	4.82	9.10	26.56
(2)最適取水量	13.54	3.39	8.61	25.54

5. 適用例 図-4に示す境界条件B₁=H_s(海水面)、B₂=H₁(一定水位)、B₃=H₂(一定水位)、B₄は不透水壁の透水層厚8.4mの領域で、領域内掘削部の地下水位を低下させ塩水楔の侵入を制限したときの揚水井の最適揚水量と注入井の最適注入量を算定する。流量ポテンシャルの境界値は、 $\Phi_s^* = \Phi_n^* = -\frac{1}{2}H_s \frac{\rho_s}{\rho_f}$ $= -72.324m^2$ 、 $\Phi_K^* = -35.182m^2$ (地下水位を海面下7mに下げたときの値)、 $\Phi_0^* = \frac{1}{2}H_s \frac{\rho_s}{\rho_f} \frac{P_2 - P_1}{P_2} = 0.904m^2$ 、取水用井戸の取水量はQ_{M1}=387m³/day、Q_{M2}=520m³/day。

(a). 全領域の透水係数が一定の場合 全領域の透水係数をk=3×10⁻⁴m/sとし、掘削面を海水面から7m下げたときの地下淡水位の等高線を図-4に各井戸の最適揚水量と最適注入量を表-2に示す。次に比較のためこれらの最適揚水、注入量と異った量を与えた場合の状態を求めるため、一例として最適問題で求めた総揚水量と総注入量をそれぞれの井戸の個数で除した値を各井戸に与えて塩水楔の先端位置を求めると図-4のようになり掘削部周辺の領域が塩水化される。したがって最適問題で求めた揚水量と注入量によって塩水楔の侵入が制限されていることがわかる。(b). 掘削部周囲に矢板を考慮した場合 図-3の斜線の部分の透水係数をk₂=2×10⁻⁶m/sとした場合の地下水位等高線を図-5に各井戸の最適揚水量と注入量を表-2に示す。

6. 結び 本報の方法により、海岸付近で地下水位を低下させ塩水楔の侵入を制限した場合の各揚水井の最適揚水量と最適注入量を算定することができ、各揚水井のポンプ容量と各注入井の注入量を効果的に決定できるものとする。掘削部周囲に矢板を設置した場合、表-2のように

揚水量、注入量とも大幅に減することができる。なお、注入により生じる目づまりの問題については、今後検討したい。

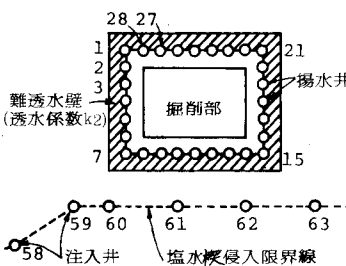


図-3 掘削部周辺の拡大図

井戸番号	最適揚水量		井戸番号	最適揚水量		井戸番号	最適注入量	
	(a)	(b)		(a)	(b)		(a)	(b)
1	0.00	0.00	17	275.70	13.42	57	132.96	4.84
2	64.18	0.00	18	91.04	0.00	58	156.19	44.66
3	56.76	8.21	19	184.67	9.18	59	484.80	68.87
4	203.19	0.00	20	119.29	0.00	60	695.04	47.01
5	201.34	12.06	21	0.00	0.00	61	1209.55	40.26
6	486.63	19.54	22	280.84	19.14	62	1072.10	35.71
7	0.00	0.00	23	124.46	12.83	63	685.22	35.56
8	445.15	0.00	24	99.49	0.00	64	253.54	30.45
9	367.16	8.62	25	93.57	6.97	65	255.96	23.28
10	313.88	5.89	26	89.64	0.00	66	118.31	15.40
11	317.68	6.14	27	108.82	12.72	67	141.22	0.00
12	316.81	5.87	28	236.46	17.09	68	41.06	0.00
13	372.57	8.64	Σ	5833.34	186.16	69	58.63	0.00
14	463.85	0.00				Σ	5304.58	346.54
15	0.00	0.00						
16	520.16	19.84						

表-2 最適揚水量と注入量(単位m³/day)

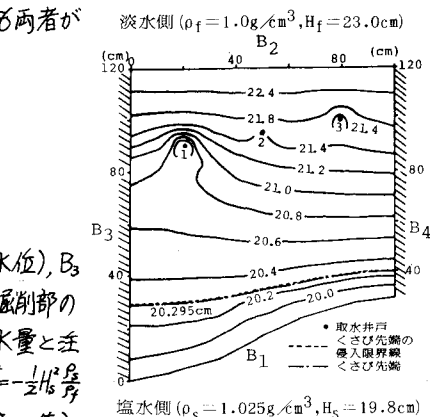


図-2 解析領域と最適取水時の地下淡水位等高線

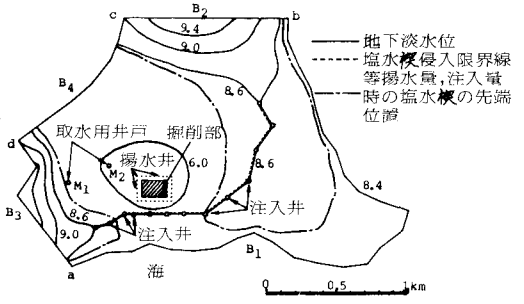


図-4 地下淡水位等高線(単位 m) (k=3×10⁻⁴m/s)

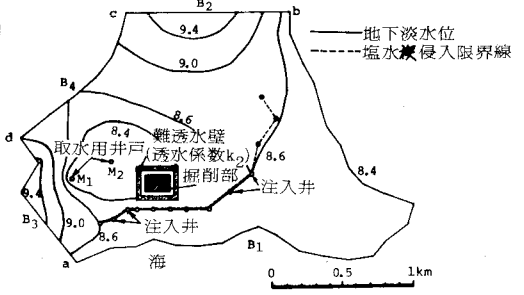


図-5 地下淡水位等高線(単位 m) (k₁=3×10⁻⁴m/s, k₂=2×10⁻⁶m/s)

1) 上田 浩一様を規定する定常3次元地下密度流の数値解と最適取水について、土木学会論文集、オ3013, pp.83~92, 1980年9月。