

神戸大学工学部 正員 川谷 健
神戸大学大学院 〇学生員 岩倉 隆

【はじめに】 有限要素法や差分法によって、帯水層内の海水の侵入領域を算定しようとするとき、淡水と海水が混合するとして解析を行えば、複雑な地層構造の帯水層もとらあつかうことができるという利点がある。ところで、地下水流の場合では、移流分散方程式の移流項が分散項にくらべて大きくなる、即ち、Peclet 数が大きくなることが多く、その数値解は不安定となり易い。ここでは、Peclet 数と数値解の安定性の関係、及び時間積分における時間間隔 Δt と数値解の精度の関係について検討した結果を述べる。また、分散係数の大小と塩水くさびの数値解析結果の関係についても述べる。

【数値解と厳密解の比較】 有限要素法によって求めた数値解と厳密解を比較し、上述の検討を行った。要素は 4 節点要素である。(I) Peclet 数との関係 移流分散方程式は、 $\theta \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta D_{ij} \frac{\partial C}{\partial x_j}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\theta v_i C) = 0 \cdots (1)$ である。ここに、 $C \equiv$ 無次元濃度、 $D_{ij} \equiv$ 分散係数、 $\theta_i \equiv$ Darcy 流速、 $\theta \equiv$ 間隙率である。いま、 x 方向の一様流における移流分散を考え、これに対応する方程式を、代表長 L 、流速 $V = \theta_x / \theta$ 及び $T = (tV)/L$ によって無次元化し、さらに分散係数が $D_{xx} = \alpha_L V$ 及び $D_{yy} = \alpha_T V$ (ここに α_L と α_T はそれぞれ流れ方向及び流れに垂直な方向の分散定数である) で与えられるとすれば、式(1)は $(\partial C / \partial T) = A_L (\partial^2 C / \partial X^2) + A_T (\partial^2 C / \partial Y^2) - (\partial C / \partial X) \cdots (2)$ となる。ここに、 $X = x/L$ 及び $Y = y/L$ であり、 $A_L = \alpha_L / L = 1/Pe$ ($Pe \equiv$ Peclet 数 $= LV/D_{xx}$) 及び $A_T = (\alpha_T / L) = (\alpha_T / \alpha_L) (1/Pe)$ である。以下、代表長 L には、数値解の安定性に関する量としてメッシュサイズを用いた。固定連続面源で、初期条件 $C(X, 0) = 0$ for $X > 0$ 、境界条件 $C(0, T) = 1$ 及び $C(\infty, T) = 0$ for $T \geq 0$ である場合について、厳密解と数値解を比較した結果の一部を図-1 と図-2 に示す ($A_L = 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 1.0$ について計算を行った)。Peclet 数が大きい (A_L が小さい) と、数値解は振動する。振動が小さくとも、 Pe が大きいときは、精度がよくない。 $A_L \geq 0.5$ のときに許容できる数値解が得られた。

(II) 時間間隔 Δt との関係 $A_L = 0.3$ の場合について、 $\Delta T = 0.02, 0.1$ 及び 0.5 としたときの数値解を厳密解とともに図-3 に示す。(ほかにも、 $A_L = 0.1$ の場合についても計算した)。 ΔT が大きくなるにしたがって、数値解の濃度勾配は厳密解の勾配よりも小さくなり、両者の差が大きくなる。しかし、 $\Delta T = 0.1$ と $\Delta T = 0.02$ のときの数値解にはほとんど差がない。したがって、 $\Delta T \leq 0.1$ とするのが妥当と考えられる。瞬間線源で、初期条件が、 $C(X, Y, T_0) = (T_0/T) \exp[-(X-T_0)^2/4A_L T_0 - Y^2/4A_T T_0]$ 、境界条件 $C(\pm\infty, Y, T) = 0$ 及び $C(X, \pm\infty, T) = 0$ for $T \geq T_0$ のもとで、 $A_L = 0.5$ ($A_T = 0.1$) 及び $T_0 = 10$ の場合に、 $\Delta T = 0.02, 0.1, 0.5, 1.0$ としたときの数値解を厳密解とともに図-4 に示す。この場合も、 $\Delta T = 0.1$ を採ることが妥当であると考えられる。

【塩水くさびの解析】 分散定数 (α_L 及び α_T) は、土粒子の配列や帯水層の地層構造と密接な関係にあり、小さな試料についての室内試験では $\alpha_L = 0.05 \sim 0.2 \text{ cm}$ といった値が得られている。一方、現場測定値や数値解析結果との比較からの推定値としては、 $\alpha_L = 11 \text{ m}, 20 \text{ m}, 60 \text{ m}$ とい

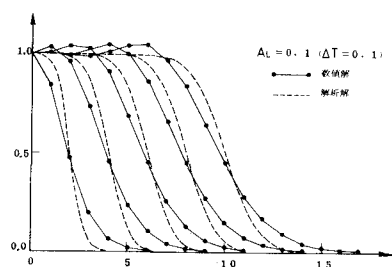


図-1 数値解と厳密解の比較 ($A_L = 0.1$)

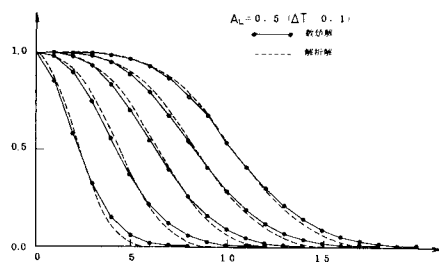


図-2 数値解と厳密解の比較 ($A_L = 0.5$)

った値が報告されている。このように、帯水層の様々なレベルの構造に支配される分散定数を正確に判定することは、きわめて困難である。それゆえ、本解析では、 $\alpha_L = 1\text{ m}$ ($\alpha_T = 0.2\text{ m}$) の場合と、 $\alpha_L = 10\text{ m}$ ($\alpha_T = 2\text{ m}$) の場合とについて、帯水層内の塩分濃度分布と、塩水侵入領域を比較・検討した。解析の対象とする帯水層は、厚さ 40 m 、長さ 200 m の被圧帯水層である。淡水位は 43 m 、海水位は 42 m 、透水性係数は $K_x = 0.12\text{ cm/s}$ 、 $K_z = 0.012\text{ cm/s}$ 、間隙率は 0.3 とした。安定な数値解を得るために、上述の検討結果にもとづいて、

$\alpha_L = 1\text{ m}$ に対して $A_L = 0.5$ とするよう要素分割を行った。節点数は 1444 、要素数は 1350 である。時間積分は $\Delta T = 0.1$ を採用して実行した。定常時の濃度分布を図-5に示す。図-6は、定常時の流速分布である。図-6に示す破線は「循環領域」、即ち、或る鉛直断面について、淡水側への流量と塩水側への流量が等しくなる領域の境界である。循環領域は、帯水層の下層に侵入した海水が淡水と混合して軽くなり、浮上するとともに、淡水によって再び海に押し出される過程が生じている領域と考えられる。 $\alpha_L = 1\text{ m}$ と 10 m

とでは、図-5に示すように、濃度分布に差が見られる。しかし、流速分布には、 α_L のちがひによる差はほとんど見られなかった。したがって、流速分布から決定される「循環領域」を海水の侵入領域（塩水くさび）とみなすこともできるのではないかと考えられる。

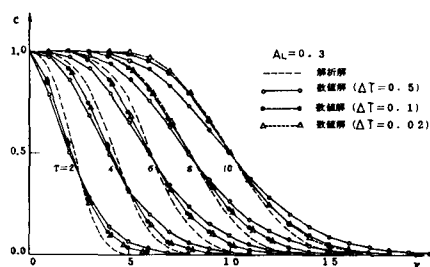


図-3 数値解と厳密解の比較
($\Delta T = 0.5, 0.1, 0.02$)

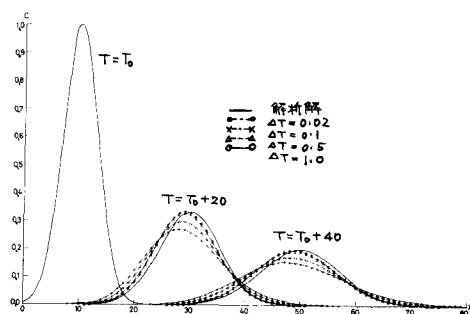


図-4 数値解と厳密解の比較
(2次元: $\Delta T = 1.0, 0.5, 0.1, 0.02$)

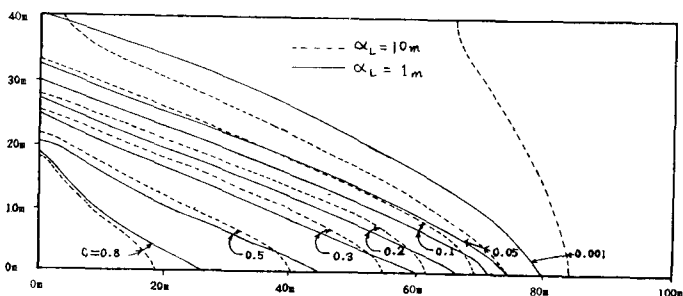


図-5 塩分濃度分布 ($\alpha_L = 1\text{ m}$ と $\alpha_L = 10\text{ m}$ の比較)

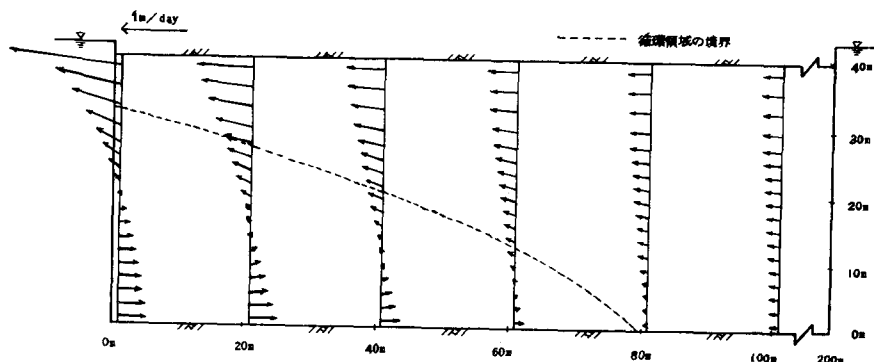


図-6 流速分布と循環領域