

○正員 八代富博 藤野 知雄
正員 九州大学 上田 早比古

1. はじめに

近年、水資源の不足により、海岸地域においても水資源の有効利用上から淡水地下水が取水工による可能性があり、このため浸透長の長い地下塩水楔が形成されることになる。この塩水楔形状は塩水化障害の防止のため、従来より種々の方法で求められている。本報では不圧地下水の定常状態について、グリーンンの公式を用いた垂直流速を考慮しに数値解法を示し、実験を行い、準一様流を仮定した解とともに比較検討を行い、数値計算例として、「淡水壁」(板)設置に場合の塩水楔形状を示す。

2. 解の誘導(図-1, 2参照)

(1) 垂直流速を考慮しに解

ポテンシャル中を次式で定義する。

$$\phi = P/(\rho_s \cdot g) + y \quad P: \text{圧力} \quad g: \text{重力加速度} \quad (1)$$

水平、垂直流速はダルシー則より

$$u = -k_h \cdot \partial \phi / \partial x \quad (2) \quad v = -k_v \cdot \partial \phi / \partial y \quad (3)$$

連続の式に式(2),(3)を代入すると、

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial y^2 = 0 \quad (4) \quad \text{なお} k_h \text{は透水係数であり一定とする。}$$

閉領域によって囲まれる領域内においてラプラスの式を満足する関数 ϕ はグリーンンの公式によると、閉領域内部のポテンシャルは、境界上のポテンシャル ϕ 、および法線方向のポテンシャル勾配 $\partial \phi / \partial n$ で与えられ、内部の点を境界上に移すと、

$$\phi(x_0, y_0) = \frac{1}{2\pi} \int_C \left\{ \phi(x, y) \frac{\partial \log(1/r)}{\partial n} - \partial \phi(x, y) / \partial n \cdot \log(1/r) \right\} ds \quad (5)$$

となる。式(5)は境界上のポテンシャルとポテンシャル勾配の関係式である。

$$\text{式(5)を微分化すると、} \quad \phi(i) = \sum_{j=1}^N \bar{A}_{ij} \phi(j) - \sum_{j=1}^N A_{ij} \partial \phi(j) / \partial n \quad (6)$$

ここで $\bar{A}_{ij} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \log(1/r_{ij})}{\partial n} \cdot \Delta S_j$ 、 $A_{ij} = \frac{1}{2\pi} \log(1/r_{ij}) \cdot \Delta S_j$ であり、境界上の x, y 座標のみの形状関数である。式(6)をベクトル表示すると、

$$B\phi + C\partial \phi / \partial n = 0 \quad (7)$$

図-2の解析モデルの定常状態の境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} B_1 \text{上} \quad \phi = y, \quad B_2 \text{上} \quad \phi = S_s(H_s - y)/\beta_3 + y, \quad B_3 \text{上} \quad \partial \phi / \partial n = 0 \\ B_4 \text{上} \quad \phi = y, \quad \partial \phi / \partial n = 0, \quad B_5 \text{上} \quad \phi = S_s(H_s - y)/\beta_3 + y, \quad \partial \phi / \partial n = 0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

なお境界 B_1, B_2 上の法線方向のポテンシャル勾配は図-2の ϕ_{k1}, ϕ_{k2} および ϕ_{k1}, ϕ_{k2} 個のポテンシャルの一次差分を仮定すると、 $\partial \phi / \partial n$ は境界 B_3, B_4, B_5 上のポテンシャルで与えられ、式(7)は $10\phi = F$ (9) となる。

自由水面、「淡水壁」形状の算定は、まず、 ϕ の形状を仮定し、式(9)より B_3, B_4, B_5 上のポテンシャルを求め、 B_4, B_5 上のポテンシャルが、境界条件式(8)の B_4, B_5 上のポテンシャルになるように、 y 座標のみを修正してゆく方法をとった。

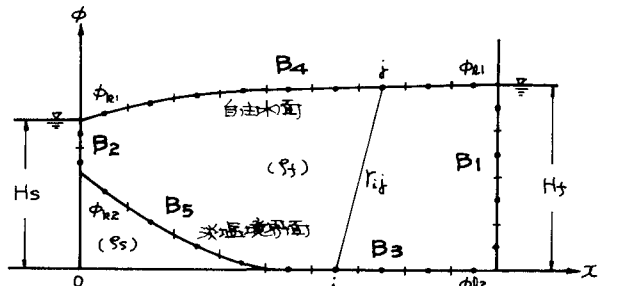
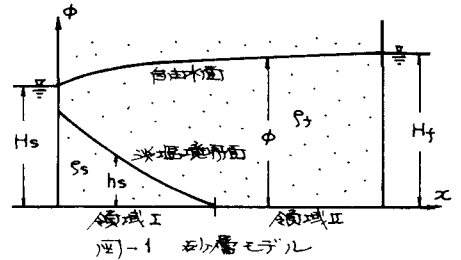


図-2 グリーンンの公式による数値解析モデル

②準一様流を仮定した解

図-1の領域I, IIの淡水位は次式で与えられる。 $\phi_2 = H_2 - \{(H_1^2 - H_2^2 \rho_2 / \rho_1) \cdot (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1 \cdot x / L\}^{1/2}$ (10)

$\phi_2 = \{H_2^2 \rho_2 / \rho_1 + (H_1^2 - H_2^2 \rho_2 / \rho_1) \cdot x / L\}^{1/2}$ (11) また塩水位は ϕ_2 とヘルツベルグの条件式より得られる。

3. 実験装置および実験値と計算値の比較検討

グリーンンの公式を用いた解(垂直流速を考慮した解と準一様流を仮定した解)の比較検討を行うため実験を行った。実験装置は長さ $L=122\text{cm}$ 、高さ $H=50\text{cm}$ 、幅 $b=10\text{cm}$ の長方形水槽の左右に淡水、塩水のヘッドタンクを設け、直径 $d=2.0\sim 3.0\text{mm}$ のガラス球をつめて透過層であり、透水係数 $k=3.4\text{cm/s}$ 、空隙率 $n=0.4$ である。

図-3, 4に淡水位 $H_1=40.2\text{cm}$ 、塩水位 $H_2=38.5, 38.7\text{cm}$ の場合の実験値、および2-(1), (2)より得られた淡水塩境界面の計算値を示す。両図において実験値と両者の計算値

の誤差は、淡水塩境界面上では実際現象として、わずかながら混合拡散が原因になっているものと思われる。準一様流を仮定した解は、塩水ヘッドタンクの近くでは現象を表わしえないが、その他の領域では、垂直流速を考慮した解、準一様流を仮定した解はともに実験値と傾向の一致がみられる。

準一様流の仮定は、塩水ヘッドタンクからの距離が増えるにつれて、この仮定の成立条件が満たされてくる。すなわち塩水楔先端近くでは、淡水塩境界面の勾配がゆるやかであるため、垂直流速が微小であることより、実験値とほぼ一致しているものと思われる。

図-5に透水壁を設置した場合の淡水塩境界面の実験値とグリーンンの公式を用いた解を示す。実験値と計算値の誤差は、 $x=0$ での自由水面の境界面を考慮していなかったことと、差分商解のとりかたに原因があると思われるが、ほぼ現象を表わしているといえよう。垂直流速を考慮した数値解も他に、領域内を三角形等に分割し、有限要素法による方法があるが、この有限要素法とグリーンンの公式による方法を比較すると、本報の解法は境界上のみを分割するため、計算機の容量と有限要素法に比べ小さくすることが可能である。

図-6に透水壁の設置場所を変化させた場合の計算値を示す。

4. おわりに

透水壁、取水井等がなく、塩水楔の侵入長が長い場合は、準一様流を仮定した解は、ほぼ現象を表わすことができ、簡単に解を求める有効な一手と考える。

透水壁等が設置されている場合は、垂直流速を無視することができないため、基礎式としてラプラスの式を用いる必要があらう。この解法として本報のグリーンンの公式を用いた解は、ほぼ現象を表わしうものと思われる。今後、非定常問題を淡水壁の侵入の深さと塩水楔先端位置の関係を工学的に検討してゆきたい。

参考文献

- 1) Strack, O. D. L.: A Simple Potential Solution for Regional Interface Problem in Coastal Aquifers. Water, R.R. 12(6) 1976

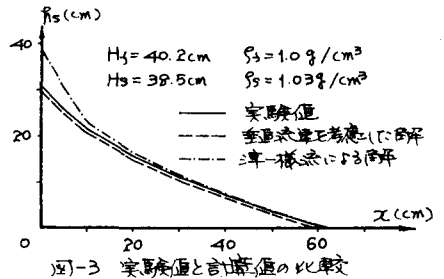


図-3 実験値と計算値の比較

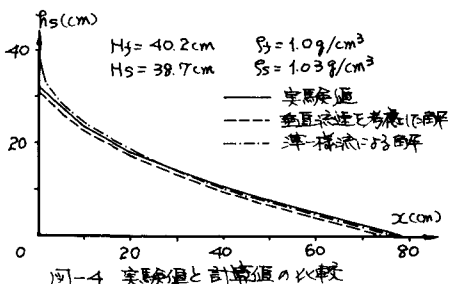


図-4 実験値と計算値の比較

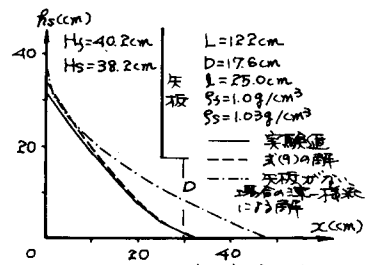


図-5 透水壁がある場合の実験値と計算値の比較

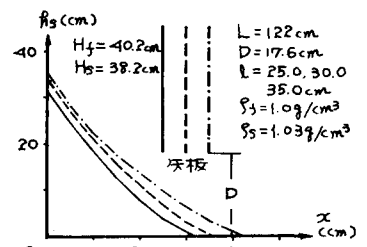


図-6 透水壁の位置を変化させた場合の淡水塩境界面形状