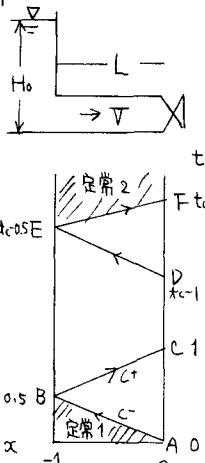


1) はじめに

パイプラインの過渡現象の制御法として「Valve Stroking」が知られている。この方法の原理は数学的には特性曲線の影響領域の考え方に基く。

図1のモデルの場合、定常状態1

(AB上) 定常状態2(EF上)および上流端(BF上)の条件を与件としてValve Stroking (AF上) が決定される。



パイプラインのFeedforward制御法として有望と思われる。問題は複雑なシステムに対して特性曲線法の数値計算がつねに必要とされる点にある。複雑なシステムにこの方法を用いる際、単純な代数計算でValve Strokingが決定できないであろう。本稿ではValve Strokingで生ずる過渡現象の特徴に着目し、近似解を構成し、簡便かつ精度の良い評価法について検討する。

2) 解析

1) 基礎方程式

$$v_t + g H_x + \frac{f}{2D} |v| v^3 = 0 \quad (1)$$

$$H_t + (a^2/g) v_x = 0 \quad (2)$$

①, ②を次の形で無次元化し、特性形式で表現する。

$$t = T / (\frac{2L}{a^2}), \quad x = X/L, \quad h = H/H_0, \quad v = V/V_0$$

$$c^+: dh + B dv + 2Rf + v |v| v^2 = 0 \quad dx/dt = 2 \quad (3)$$

$$c^-: -dh + B dv + 2Rf + v |v| v^2 = 0 \quad dx/dt = -2 \quad (4)$$

但し $B = D V_0 / (g H_0)$, $Rf = f \frac{V_0^3 L}{2 g D H_0}$, a : 波速, L : 管長, D : 管径, V_0 : 初期流速, g : 重力加速度, f : 摩擦係数

i) 初期条件 $v=1, h=1-Rf(HX)$ (AB上)

ii) 最終条件 $v=v_c, h=1-Rf v_c^3(HX)$ (EF上)

iii) 上端条件 $v=1+m(t-\frac{1}{2}), h=1$ (BE上)

$m = (\frac{v_c-1}{t_c-1})$. iii)は $\frac{1}{2} < t < t_c - \frac{1}{2}$ で v が時間に線型に変化すると考える。尤は、Valveの操作時間 t_c 過渡現象の継続時間でもある。($t_c \geq 2$)

2) 非粘性解

$Rf=0$ の場合、厳密解を得る。

$$\Delta ABC \text{ 内 } \bar{v} = 1 + \frac{m}{2} (x+2t)$$

$$\bar{h} = 1 - \frac{B}{2} (x+2t)$$

$$\Delta BCD \text{ 内 } \bar{v} = 1 + m (t - \frac{1}{2})$$

$$\bar{h} = 1 - \frac{B}{2} m (x+1)$$

$$\Delta DEF \text{ 内 } \bar{v} = 1 + \frac{m}{2} (x+t_c - \frac{x}{2} - 2)$$

$$\bar{h} = 1 - \frac{B}{2} m (t_c - x + \frac{x}{2})$$

$v_c < 1$ (流量減) の場合を考える。 $x=0$ で $\bar{v}$ を考えると、微係数の正負より、CD上で最大値

$Rf = 1 - \frac{B}{2} m$ をとる。これらの結果は、ある仮定下で得たStreeterの結果と一致する。

この解は、正負の特性直線上で v が一定値、又は時間に線型であることを示し、特性直線に沿う増減項の時間積分を容易にする。

3) 粘性解

擾動解を考えよう。非粘性解を $\bar{v}, \bar{h}$ 、それらのずれを v_1, h_1 とする。

$$v = \bar{v} + v_1, \quad h = \bar{h} + h_1$$

これを③, ④に代入して、ここでは $\bar{v} \gg v_1$ とする。

$$c^+: d h_1 + B d v_1 + 2 R f + \bar{v} | \bar{v} | \bar{v}^2 dt = 0$$

$$c^-: -d h_1 + B d v_1 + 2 R f + \bar{v} | \bar{v} | \bar{v}^2 dt = 0$$

$$AB \text{ 上で } h_1 = -Rf(Hx), v_1 = 0, \bar{v}=1, \bar{h}=1$$

$$EF \text{ 上で } h_1 = -Rf v_c^3(Hx), v_1 = 0, \bar{v}=1, \bar{h}=v_c$$

$$BE \text{ 上で } h_1 = 0, v_1 = 0, \bar{v}=1, \bar{h}=1+m(t-\frac{1}{2})$$

AF上では非粘性解で $x=0$ とすれば、 $\bar{v}, \bar{h}$ を得る。

以上より $m=2$ として以下の解を得ることをができた。

ΔABC 内

$$v_1 = -\frac{Rf}{2} [\frac{1}{2} (1 + \frac{x-2t}{2}) + I_1 - I_2 - I_3]$$

$$h_1 = -Rf [\frac{1}{2} (1 + \frac{x-2t}{2}) + I_1 + I_2 + I_3]$$

ΔBCD 内

$$v_1 = -\frac{Rf}{2} [I_6 + I_7 - I_8 - \frac{v_c^2}{2} (1 + \frac{x+2(t-t_c)}{2})]$$

$$h_1 = -Rf [I_6 + I_7 + I_8 + \frac{v_c^2}{2} (1 + \frac{x+2(t-t_c)}{2})]$$

節B) EC 内

$$Z_1 = -\frac{R_f}{B} [I_4 - I_5]$$

$$Z_1 = -R_f [I_4 + I_5]$$

1) L

$$G_1(x) = \frac{m^2}{3} x^3 + m(1 - \frac{m}{2}) x^2 + (1 - \frac{m}{2}) x$$

$$G_2(x) = \frac{m^2}{3} x^3 + m(1 - \frac{2t-x}{4} m) x^2 + (1 - \frac{2t-x}{4} m) x$$

$$G_3(x) = \frac{m^2}{3} x^3 + m(1 - \frac{m}{2} (\frac{x+2(t-t_0)}{2} + 2)) x^2 + (1 - \frac{m}{2} (\frac{x+2(t-t_0)}{2} + 2)) x$$

$$I_1 = G_2(t) - G_2(\frac{2t-x}{4})$$

$$I_2 = (1 + \frac{m}{4} (x+2t))^2 (\frac{x-2t+2}{4})$$

$$I_3 = G_1(\frac{x+2t+1}{2}) - G_1(\frac{x+2t+2}{4})$$

$$I_4 = G_1(t) - G_1(t - \frac{x}{2}), I_5 = G_1(t + \frac{x}{2}) - G_1(t)$$

$$I_6 = G_1(\frac{2t+t_0-x}{2}) - G_1(\frac{2t-x-1}{2})$$

$$I_7 = [1 + \frac{m}{2} (\frac{2t-x}{2} + t_0 - 2)]^2 (t - \frac{2t-x}{2} + t_0 - 1)$$

$$I_8 = G_3(\frac{x+2(t+t_0)}{4}) - G_3(t)$$

[3] 解析結果

$B=5, R_f=0.5, V_c=0.1, t_c=2, 3, 5, 10$ にて、図の3)で与えた条件での数値解析結果 ($x=0$ の近似値を境界条件とする) と図の1)での数値解 (理論値とする) とを比較した。(近似解と理論値は、略す。)

1) $t_c=2, 10$ の Valve Stoking の比較を表-1に示す。(欄の上が近似値, 下が理論値)

2) $x=0$ で発生する最大水撃圧 ($t=t_c-1$) の比較を表-2に示される。($t_c=2, 3, 5, 10$)

3) Valve Stoking の近似値を用いた数値解と理論値の $x=-0.8, x=-0.2$ の u, h の比較を表-3, 4に示す。結果は、本解析の有効性を示している。諸条件を一般化し、汎用性をもたせれば、複合管、分岐管などの場合に解析が、容易に拡張できる。これで、複雑なシステムの Valve Stoking による制御を数値計算により、解析的に決定する展望を得た。今後、複雑な系についての解析結果を報告する予定である。

* E. B. Wylie, V. L. Streeter: Fluid Transient
1978. McGraw-Hill

** 上と同様(竹中利天記): 流体過渡現象
1967: McGraw-Hill.

表-1 $t_c=2$ $t_c=10$

t	h_{10}	u_{10}	h_{10}	u_{10}
0	0.5	1	0.5	1
0.5	1.970 1.991	0.756 0.756	0.643 0.637	0.973 0.972
1.0	3.065 3.112	0.525 0.525	0.798 0.796	0.945 0.945
$t/2$			1.181 1.101	0.564 0.587
t_c-1			1.246 1.243	0.158 0.149
$t_c-0.5$	2.005 2.103	0.304 0.319	1.116 1.120	0.124 0.125
t_c	0.995	0.100	0.995	0.100

表-2

最大水撃圧	$t_c=2$	3	5	10
近似値	3.065	2.112	1.556	1.246
理論値	3.112	2.086	1.549	1.243

表-3 $t_c=2$

t	$x=-0.8$		$x=-0.2$	
	u	h	u	h
0	1.0	0.9	1	0.6
0.5	0.954 0.954	1.131 1.134	0.808 0.807	1.596 1.611
1	0.550 0.549	1.419 1.428	0.535 0.534	2.663 2.698
1.5	0.145 0.145	1.224 1.228	0.277 0.277	1.896 1.891
2	0.100 0.100	0.999 0.999	0.100 0.100	0.997 0.996

表-4 $t_c=10$

t	$x=-0.8$		$x=-0.2$	
	u	h	u	h
0	1	0.9	1	0.6
0.5	0.995 0.995	0.923 0.924	0.998 0.998	0.712 0.706
1	0.950 0.950	0.960 0.959	0.947 0.947	0.839 0.836
$t/2$	0.550 0.550	1.020 1.020	0.548 0.548	1.079 1.081
t_c-1	0.150 0.150	1.048 1.049	0.150 0.150	1.191 1.195
$t_c-0.5$	0.104 0.105	1.018 1.024	0.119 0.120	1.089 1.097
t_c	0.100 0.100	0.999 0.999	0.100 0.100	0.996 0.996