

京都大学大学院 学生員 田中 靖
 京都大学工学部 正 員 岩佐 義朗
 京都大学工学部 正 員 井上 和也

1. はじめに

本報は、鉛直面内（水深方向）において一様とはみなしえない流れ（たとえば水平方向に一様でない成層状態にある貯水池内の流れや、河口部の流れ）を、数値解析する方法の開発を目的とするもので、そのための第一段階として、比較的干満差の大きい感潮域における流れを想定して、流れのみを対象に数値解析を実施したものである。鉛直面内の流れを解析する従来の研究では、水位変動が小さく変動幅が計算格子の大きさを超えない流れや、あるいは、変動幅が大きくて水面勾配は小さい流れが主に扱われていたようであるが、その計算法としては、鉛直方向の運動方程式を簡略化し、圧力が静水圧分布するとして、ついでこれを用いて、まず水深方向に積分された流れの場を決定した後、再び水平面内の流速成分に関する運動方程式と連続式、および河床の条件によって水深方向の流速の分布が求められている。本研究では、上記のように水位の変動が計算格子より大きい流れを扱うとしており、また計算法においても、静水圧分布を仮定するのは従来の研究と同様であるが、水深方向に積分された流れの場を求めることはしないで、水平方向の運動方程式と連続式を、そのまま差分式によって解こうとしている。ただし、ここでの計算は基礎的なものであるということより、水平方向としては、流れ方向だけを考える、いわゆる鉛直二次元流れに限っている。

2. 基礎方程式

鉛直二次元流れの運動方程式および連続式は、次式で記述されるとする。

$$\text{運動方程式} \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} \quad (2)$$

$$\text{連続式} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

ただし、 u , w はそれぞれ x , z 方向の流速、 p は圧力、 ρ は密度、 τ_{xz} , τ_{zx} はせん断応力である。今回対象にしているテストモデルの z 方向の運動変化は十分小さいと思えるので、(2)式において、左辺 = 0, $\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} = 0$ とし、圧力項を静水圧分布と仮定する。(1), (3)式を適当なパラメータによって無次元化し ($x/L_x = \bar{x}$, $z/L_z = \bar{z}$, $t/\sqrt{L_x/L_z} = \bar{t}$, $\rho/g L_z = P$, $\tau_{xz}/L_z = T$)、コントロールボリューム、コントロールサーフェスにおいて体積分し、次式のように差分方程式に変形した。

$$\text{内部 運動方程式} \quad \frac{\bar{u}_{i,k+1/2}^{n+1} - \bar{u}_{i,k+1/2}^n}{2 \cdot \Delta \bar{t}} + \frac{1}{A} \frac{1}{\Delta \bar{x}} \left[(\bar{u}_{i+1/2,k}^n)^2 - (\bar{u}_{i-1/2,k}^n)^2 \right] + \frac{1}{\Delta \bar{z}} \left[\bar{u}_{i,k+1/2}^n \bar{w}_{i,k+1/2}^n - \bar{u}_{i,k-1/2}^n \bar{w}_{i,k-1/2}^n \right] + \frac{1}{A^2} \frac{1}{\Delta \bar{x}} \left[H_{i+1/2,k}^{n+1} - H_{i-1/2,k}^{n+1} \right] - \alpha_0 \frac{1}{\Delta \bar{z}} \left[\alpha_0 (\bar{u}_{i,k+1/2}^n - \bar{u}_{i,k-1/2}^n)^2 - \alpha_0 (\bar{u}_{i,k+1/2}^n - \bar{u}_{i,k-1/2}^n)^2 \right] = 0 \quad (4)$$

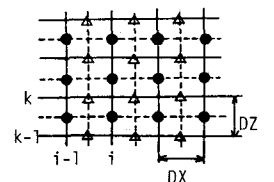
$$\text{連続式} \quad \frac{1}{\Delta \bar{x}} \left[\bar{u}_{i+1/2,k}^n - \bar{u}_{i-1/2,k}^n \right] + \frac{1}{\Delta \bar{z}} \left[\bar{w}_{i,k+1/2}^n - \bar{w}_{i,k-1/2}^n \right] = 0 \quad (5)$$

$$\text{表面 運動方程式} \quad \frac{\bar{u}_{i,S}^{n+1} - \bar{u}_{i,S}^n}{2 \cdot \Delta \bar{t}} + \frac{1}{H_{i,k}^{n+1}} \frac{\bar{H}_{i,k}^{n+1} - \bar{H}_{i,k}^n}{2 \cdot \Delta \bar{t}} + \frac{1}{H_{i,k}^{n+1}} \frac{1}{\Delta \bar{x}} \left[H_{i+1/2,k}^{n+1} (\bar{u}_{i+1/2,k}^n)^2 - H_{i-1/2,k}^{n+1} (\bar{u}_{i-1/2,k}^n)^2 \right] + \frac{1}{A^2} \frac{1}{H_{i,k}^{n+1}} \frac{1}{\Delta \bar{x}} \left[H_{i+1/2,k}^{n+1} H_{i-1/2,k}^{n+1} \right] + A \frac{1}{H_{i,k}^{n+1}} \alpha_0 \left[\alpha_0 (\bar{u}_{i,S}^n - \bar{u}_{i,k-1/2}^n)^2 - \frac{1}{H_{i,k}^{n+1}} \bar{u}_{i,k}^n \bar{w}_{i,k}^n \right] = 0 \quad (6)$$

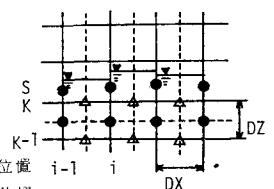
$$\text{連続式} \quad \frac{\bar{H}_{i,k}^{n+1} - \bar{H}_{i,k}^n}{2 \cdot \Delta \bar{t}} + \frac{1}{A} \frac{1}{\Delta \bar{x}} \left[H_{i+1/2,k}^{n+1} \bar{u}_{i+1/2,k}^n - H_{i-1/2,k}^{n+1} \bar{u}_{i-1/2,k}^n \right] - \bar{w}_{i,k}^n = 0 \quad (7)$$

$$H_{i,k}^n = \frac{1}{2} (\bar{H}_{i+1/2,k}^n + \bar{H}_{i-1/2,k}^n), \quad \bar{H}_{i+1/2,k}^n = \frac{1}{6} (6 \bar{H}_{i+1/2,k}^n - \bar{H}_{i+3/2,k}^n - \bar{H}_{i-1/2,k}^n)$$

$$\bar{H}_{i,k}^n = \frac{1}{4} (\bar{H}_{i+1/2,k}^n + \bar{H}_{i-1/2,k}^n + \bar{H}_{i+3/2,k}^n + \bar{H}_{i-3/2,k}^n), \quad \alpha_0, \alpha_0: \text{楕円に関する係数}$$



内部差分スキーム



表面差分スキーム

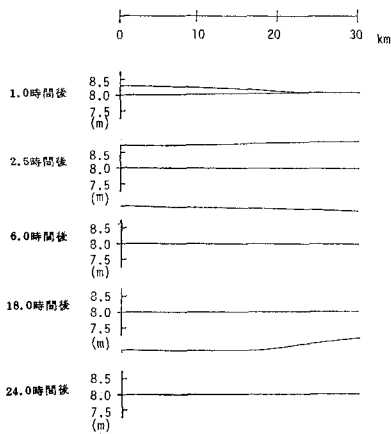
ただし、 H はコントロールサーフェスの厚を示しており、オーバーバーは、コントロールホリュエーA、コントロールサーフェスの平均値である。また $\overline{U_{i,j+1/2}}, \overline{W_{i,j+1/2}}$ の正負によって α , β は、各々のまたは1をとる。

3. モデルの説明

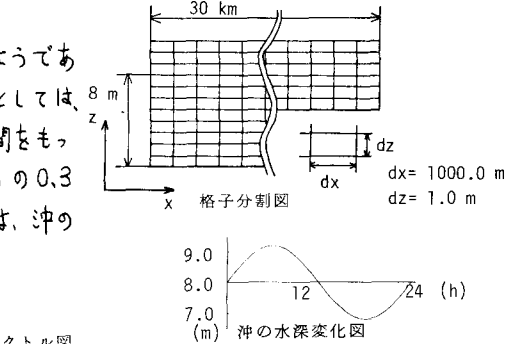
数値シミュレーションで想定したモデルの概形は右図のようである。幅は単位幅をとった。このモデルにおいて、境界条件としては、上流端から1%の流入し、沖の水深を周期24時間をもって、正弦的に変化させた。その変化幅は、平均水深(8m)の0.3倍で、2.4mとしている。なお、流速分布の初期値としては、沖の水深が8mの時の定常解を使用した。

4. シミュレーション結果

水面形図



ベクトル図



5. 問題点

水面形の時間的变化より、沖(下流端)での水位の上昇が上流側へ徐々に伝わる様子がみられる。ここでの計算の境界条件として、上流端から強制的に水の流入があるとしているために、水位の上昇の伝播と相乗されて、2.5時間目の水面形図のように、一時的に上流側の方が大きな水位上昇となっている。その結果、水位の上昇の伝播期に上流向きであった流れが、3.5時間目にほぼ停止してしまい、さらに、4.5時間目には、下流向きの大きな流れが一時的に発生している。河川などの感潮域などを考える場合、今回の計算の境界条件のように、上流端から強制的な水の流入があるとはできないから、境界条件を変えなければならない。その一つの方法として、計算領域をさらに上流側へ、潮汐変化の影響がなくなるまで広げることが考えられるが、計算時間の制約を考えれば、適切な方法とは言えない。今後それらの点を含めて、計算法全体の検討を進めたい。

《参考文献》 堀江 毅 水工研修会講義集1980-8-8