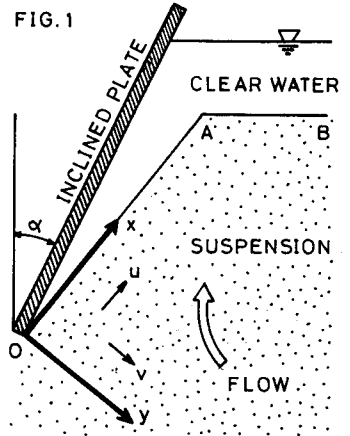


1. はじめに 浮遊粒子を沈降させる場合、懸濁液の入った円筒容器を鉛直に保持するよりも、容器を鉛直に対して傾けた方が浮遊粒子の沈降が速くなるという現象は古くから“Boycott Effect”として良く知られている。そして、ある条件下（後述の無次元数 Λ が無次元となる）ではPNK（Ponder-Nakamura-Kuroda）理論によって、粒子除去率が容易に求められ、実験とかなり良く一致するとされている。しかし、壁面が傾斜している場合には、液中の密度差に起因する自然対流現象が顕著になり、粒子再浮上等の沈降阻害要因の発生が問題となってくる。事実、PNK理論の実験からのずれも報告されている。いずれにしても、傾斜沈降の問題に関しては、経験的事実が先行し、理論的裏付けに乏しい現状にあると言わざるを得ない。そこで、傾斜式沈降池の設計の基礎的資料を得る事を目的として、傾斜板下面における流れの様子について、若干の理論的検討を試みた。

2. 現象の把握と基礎方程式 懸濁液中に傾斜板が置かれた場合、Fig. 1に示す様に、その先端Oから傾斜板下面に沿って、非常に薄い清澄液層（Fig. 1はこの層を誇張して描いてある）が形成される。この清澄液層は短時間の内に形成され、時間的に安定で、殆んど変化しない事が実験的に認められている。この層は懸濁液部分と界面OABによって分けられており、懸濁液上部の清澄液部分と連続している。この清澄液層内でも流動が見られるが、ここでは、この層に続く、界面外側の懸濁液部分における流れの様子について検討する。前述のごとく傾斜板下面付近については、非常に速く定常状態に達する事が知られているので、その流れを2次元定常状態として取り扱う。 x - y 直交座標系をFig. 1の様に定め、 x 軸、 y 軸方向の流速をそれぞれ u 、 v とする。ただし、 x 、 y は特性長さ（水深など） l により、また、 u 、 v は粒子の静止沈降速度 v_s （ストークスの沈降則）により、それぞれ無次元化した変数である。Acrivos等と同様の境界層近似によって流れを解析する便宜上、更に、この無次元変数 u 、 v 、 x 、 y にEqs. (1), (2), (3), (4)で与えられる様な伸縮変換をほどこし、 $\bar{u}$ 、 $\bar{v}$ 、 $\bar{x}$ 、 $\bar{y}$ とする

$$\bar{u} = \Lambda^{1/2} u, \quad \bar{v} = \Lambda^{1/2} (\bar{R} \Lambda^{1/2})^{1/2} v, \quad \bar{x} = x, \quad \bar{y} = (\bar{R} \Lambda^{1/2})^{1/2} y \quad \text{---(1), (2), (3), (4)}$$



る。ただし、 Λ 、 $\bar{R}$ はEqs. (5), (6)で与えられる無次元量で、懸濁液のこの領域における流れの特性を支配する。

$$\Lambda = \frac{l^2 g (\rho_s - \rho) C_0}{\nu_0 \mu} \quad \text{---(5)}, \quad \bar{R} = \frac{\rho_0}{\mu_0} R = \frac{\rho_0}{\mu_0} \frac{l d_p^2 g \rho (\rho_s - \rho)}{18 \mu} \quad \text{---(6)}$$

ただし、 ρ_s = 粒子密度 [g/cm³]、 ρ = 水の密度 [g/cm³]、 μ = 水の粘性係数 [g/cm·sec]、 C_0 = 懸濁液の体積濃度 [-]、 d_p = 粒子径 [cm]、 g = 重力加速度 [cm/sec²]、 ρ_0 = 懸濁液の密度（ ρ により無次元化）[-]、 μ_0 = 懸濁液の粘性係数（ μ により無次元化）[-]である。懸濁液の濃度 C_0 が低い場合は ρ_0 、 μ_0 ともに近似的に1と見なせる。この領域の懸濁液の流れを支配する基礎方程式を新しい変数で表わすとEqs. (7), (8)のようになる。これらに対する境界条件は、

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \quad \text{---(7)}, \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad \text{---(8)}$$

$$\bar{y} = 0 \text{ において: } \bar{u} = \frac{1}{2} (3 \bar{x} \tan \alpha)^{2/3} \cos \alpha, \quad \bar{v} = 0 \quad \text{---(9), (10)}, \quad \bar{y} = \infty \text{ において: } \bar{u} = 0 \quad \text{---(11)}$$

Eqs. (9), (10), (11)である。基礎式の解 $\bar{u}$, $\bar{v}$ は、それぞれ Eqs.

$$\bar{u} = \frac{1}{2} (3\bar{x} \tan \alpha)^{2/3} \cos \alpha \cdot f'(\eta) \quad \text{----- (12)}$$

$$\bar{v} = \left(\frac{9}{60} \cos \alpha\right)^{1/2} (\tan \alpha)^{1/3} \bar{x}^{1/2} \{ \eta f'(\eta) - 5 f(\eta) \} \quad \text{----- (13)}$$

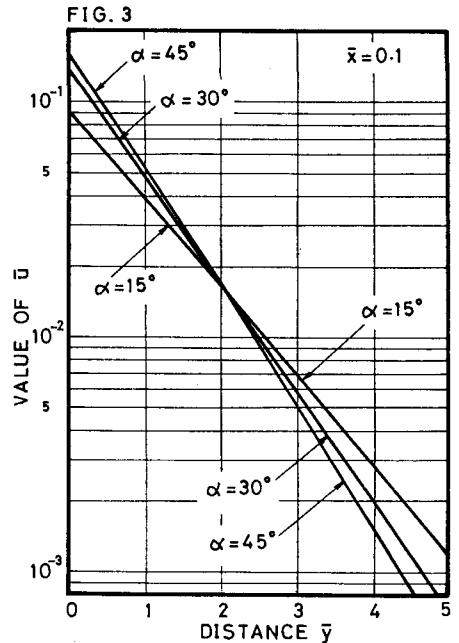
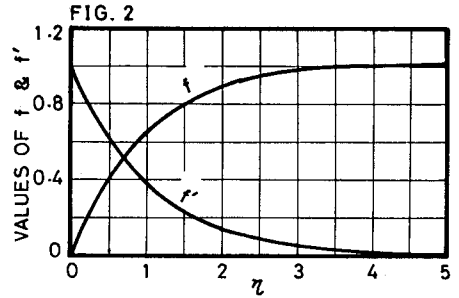
(12), (13)で与えられる。ただし、変数 η は Eq. (14)で定義され、

$$\eta = \frac{\bar{y}}{h(\bar{x})} \quad \text{----- (14)}, \quad h(\bar{x}) = \left\{ \frac{5}{12} (3\bar{x} \tan \alpha)^{2/3} \cos \alpha \right\}^{1/2} \bar{x}^{1/2} \quad \text{----- (15)}$$

' は η による微分を表わす。また、 $f(\eta)$ は Eq. (16)の微分方程

$$f'''(\eta) + f(\eta) \cdot f''(\eta) - \frac{4}{5} \{ f'(\eta) \}^2 = 0 \quad \text{----- (16)}$$

式を $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$, $f'(\infty) = 0$ なる境界条件で解いて得られる $\bar{u}$, $\bar{v}$ の関数である。Eq. (16)の2点境界値問題を数値積分により解いて得た $f(\eta)$, $f'(\eta)$ は Fig. 2に示しておいた。



3. 傾斜板下面の懸濁液の流動状態

Eqs. (12), (13)による

流速 $\bar{u}$, $\bar{v}$ を界面からの距離 $\bar{y}$ に対してプロットすれば、それぞれ Figs. 3, 4 の様になる。 $\log \bar{u}$ と $\bar{y}$ とはほぼ直線関係にある事を示している。いわゆる対数速度分布であるならば $\bar{u}$ と $\log \bar{y}$ とが直線関係となるが、Fig. 3は逆の関係となっている。 $\bar{y} = 0$ で $\bar{u} = 0$ とならないのは、清澄液層との界面から x 軸方向に流動するからである。傾斜板の傾斜角 α が大きいほど界面流速は大きく、従って、傾斜板下面の清澄液層の流れも速く、懸濁液上部に蓄積される清澄液の増加速度も大きくなる事を示唆しているが、これは従来の実験結果と定性的に一致するものである。さらに、Fig. 3の直線の勾配は傾斜角 α が大なるほど急であり、 $\bar{y}$ の増加割合に対する $\bar{u}$ の減衰割合が大い事を示している。言い換之れば、懸濁液中心部に対する、傾斜板の影響範囲は、傾斜角 α が大きいほど浅い事を意味している。懸濁液中心部への傾斜板の影響と言う点からは、傾斜角 α が大きいほど、影響が小さく、沈降操作上有利と言えよう。しかし、前述のごとく傾斜角 α が大きいほど界面付近の $\bar{u}$ は大きくなり、粒子沈降の阻害が著しくなる恐れがあると考えられる。次に、Fig. 4より、いずれの $\bar{y}$ の位置においても、傾斜角 α が大きいほど、傾斜板へ向かう流速 $\bar{v}$ は大きい。従って、傾斜角 α が大きくなるほど、懸濁液中心部に及ぼす $\bar{v}$ の影響が大きくなる。以上の様な、 $\bar{u}$ と $\bar{v}$ との組み合わせにより複雑な沈降対流（自然対流）のパターンが形成される。傾斜板式沈降池の設計に際して、このような沈降対流の効果を十分考慮しておかねばならないであろう。

