

II-1 底泥浮上モデルに関する一考察

徳島大学工業短期大学部 正会員 細井由彦

1. まえがき 底泥の浮上状態を的確に把握しておくことは水系水質の汚濁を扱ううえで重要であるが、現象の複雑さのために今まで十分であるとはいいがたい。その浮上機構が河床付近の流れの特性と密接に関係していることは容易に想像され、河床付近の乱れの測定も試みられたが、^{1,2} 浮上量との関係を十分明らかにするまでにはいたっていない。従来より界面における物質移動に関する研究では、界面付近の流体の運動が密接に物質移動にかかわっているにもかかわらず、その計測に困難がともなう事情から、ミクロな移動モデルを構成した後、その妥当性の検証は観測可能な統括的な移動量と平均的な水理量との関係を検討することにより行なうという方法がとられてきており、本研究でもそれを踏襲してモデルを考察し、河床付近流れの直角観測による浮上機構解明の不十分性を補うこととする。

2. 底泥の浮上モデル 2-1 更新モデル：泥-水面における輸送と気液界面でのガス輸送の場合

のような更新モデルによる説明を試みる。すなわち泥相側に図-1に示されるような厚さとのエレメントが飛達し、これが泥相の乱れにより泥相

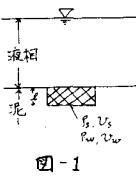


図-1

主流部へ運ばれるものとする。泥エレメントにおける泥の濃度、体積をそれを ρ_s, v_s 、水に関するものを ρ_w, v_w とする。含水比を $w\%$ とすると次式が成立する。

$$w = \frac{\rho_w v_w}{\rho_s v_s} \times 100 \quad (1) \quad \text{泥表面積を λ とするとつぎのようになる。} \quad \rho_s l = v_s + v_w \quad (2)$$

式(1)(2)より次式を得る。
 $v_s = \frac{\rho_s l}{1 + w \rho_s / 100 \rho_w} \quad (3)$

したがって一度の更新により輸送される泥の総重量はつぎのようになる。
 $\rho_s v_s l = \frac{\rho_s \rho_w \lambda l}{1 + w \rho_s / 100 \rho_w} \quad (4)$

よって更新周期を T_s とするとき、単位時間、単位面積あたりの浮上量 ϕ は次式となる。
 $\phi = \frac{\rho_s \rho_w \lambda l}{T_s (1 + w \rho_s / 100 \rho_w)} \quad (5)$

2-2 浮上厚さについて: Einstein³とは壁面までやつてできた乱れが shear により減速されて粘性底層が飛達するが、厚さが増すにつれて不安定になり主流部と混合されるという周期的な粘性底層モデルを考えた。そして粘性底層の成長を式(6)のように表わした。

$$\frac{dy}{dt} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6) \quad I.C. t=0, y=0 : u=u_0 \quad (7a)$$

$$B.C. t>0, y=0 : u=0, t>0, y \rightarrow \infty : u=u_0 \quad (7-b)$$

ただしそれは時間で $t=0$ で粘性底層の成長が始まる。y軸は壁を原点に鉛直向上向きを正とする。 u は流れ方向の流速、 u_0 は主流部の流速、 ν は動粘性係数である。式(6)の解いていおよび底面せん断力 τ_0 についてつぎのような結果を得る。
 $u=u_0 \operatorname{erf}\left(\frac{y}{2\sqrt{\nu t}}\right) \quad (8)$

$$t=\frac{y^2}{4\nu} = \frac{y_0^2}{4\nu} \exp\left(-\frac{y^2}{4\nu t}\right) \quad (9) \quad \tau_0 = [T]_{y=0} = \rho_w u_0 \sqrt{\frac{\nu}{\pi t}} \quad (10)$$

泥-水面附近でもこのような現象があつているものと考える。すなわち粘性底層飛達時に泥は大きなせん断力を受けて流動化され、粘性底層の破壊混和時には流動化層厚さがとどり、主流部へ輸送されるとする。したがって上の決定には泥相の流動化に関する検討が必要になる。泥相側から水平方向せん断力を受けて流動化する泥層の運動も水平方向のみであると考えると、その挙動をビンガム流体として扱った場合は運動方程はつぎのHendryの式になる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \left\{ (\lambda + \eta_p) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial \lambda}{\partial y} \right\} \quad (11) \quad \text{ここで } u \text{ は泥層の} \\ \text{流速, } y \text{ は泥面を原点に鉛直下向きを正に} \text{ とい} \text{ う。} \quad \eta_p \text{ は塑性粘度, } \lambda \text{ は泥層のせん断歪エネルギー} \\ \text{によりつづるようになる。} \quad \lambda = \frac{T_0}{2 \eta_p y_*} \quad (12)$$

T_0 は降伏応力。式(11)を用いると式(11)はつぎのようになる。
 $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \eta_p \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (13)$ またせん断力と変形速度との関係が式(14)で示されるべき率則で表示される擬塑性流体では運動方程式は式(15)のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \eta_p \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^m \quad (14) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\eta_p \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^m \quad (15)$$

したがって式(14)と式(13)あるいは(15)を適切な境界条件下で解けば泥層へ流動化に関する情報を得ることができますが、必ずしも容易ではない。本来更新モデルは界面の複雑な挙動を単純で納得しやすい形で説明しあうものとして意義があり、したがっていいたずらに複雑化するのではなくモデルの特性をそこなうものと考えられる。そこでここでは簡単に、泥が流動化しても泥相側の運動は影響をうけず式(6)と式(11)の条件がなりたつものとする。さらに泥はビンガム体として扱うが、泥表面に加

れるせん断力が降伏値 τ_0 をこえた場合に流動化される厚さ δ は、式(33)とニュートン流体的な条件で解いたときに得られる長さのスケールにならない、動粘度 ν と時間の積の平方根に比例するものと仮定してみる。

$l \sim \sqrt{\nu t}$ (46) 種々の報告を参考にして、同一の泥においては含水比と塑性粘度、降伏値との間にはつぎの関係があるものとする。 $\eta_{sp} \sim a_1^{-w}$ (47) $T_0 \sim a_2^{-w}$ (48) a_1, a_2 は定数。式(47)より ν をつぎのように表わす。

$$\nu \sim \frac{a_1^{-w}}{(P_s V_s + P_w V_w)/(V_s + V_w)} = \frac{1 + w P_s / 100 P_w}{P_s (1 + w / 100)} a_1^{-w} \quad (49)$$

または式(40)において T_0 の条件をみたしている時間 t_0 に比例するものとする。 $\nu = \frac{v P_s^2 U_0^2}{\pi T_0^2}$ (50) ところが式(40)で得られる平均せん断力は $\bar{\sigma} = \frac{1}{T_0} \int_{t_0}^{T_0} \sigma dt = 2 P_w U_0 \frac{\sqrt{v}}{\pi T_0}$ であるから $\bar{\sigma}$ は $\bar{\sigma} = \frac{T_0^2}{4 T_0^2} T_0$ (51) と表わされる。よって式(46)(49)(51)より次式を得る。

$$l \sim \frac{T_0}{2 T_0} \sqrt{\frac{T_0 (1 + w P_s / 100 P_w)}{P_s (1 + w / 100)}} (\sqrt{a_1})^{-w} \quad (52)$$

2-3 限界掃流力: 本モデルでは否がいかに小さくても $l > l_0$ となる時間があり、したがって泥の流動化→浮上がおこることになり限界掃流力が表わせない。そこで時間 T_0 の間に厚さ δ の泥エレメントが浮上したときに浮上が観測可能になるとして、 $\frac{l}{l_0} = \left(\frac{l}{T_0}\right)_0$ のときの否が限界掃流力 \bar{U}_c であると考えると、式(52)よりつぎのようになる。 $\frac{T_0}{T_0} \sim \left(\frac{l}{T_0}\right)_0 \sqrt{\frac{P_s T_0 (1 + w / 100)}{(1 + w P_s / 100 P_w)}} (\sqrt{a_1})^w$ (52) これは含水比の増加とともに \bar{U}_c が指数的に増加することを示していいる。ベントナイトで $w=100 \sim 300\%$ における澤井⁴の実験結果を整理しなおすと右図のようになる。大坪らが示したベントナイトに関する $w \sim \eta_{sp}$ 関係のグラフより a_1 を読みとると約1.017~1.023程度の値になるのに対し、本図では1.030とやや大きくなっている。

2-4 含水比の及ぼす影響: 式(5),(22),(48)より浮上速度はつぎのようになる。 $\bar{U} = \alpha \sqrt{\frac{P_s}{T_0}} f(w) \bar{U}_c$ (54) ただし α は係数。 $f(w)$ は含水比に関する項で次式で与えられる。

$$f(w) = \frac{1}{\sqrt{(1 + w / 100)(1 + w P_s / 100 P_w)}} \left(\frac{a_1}{\sqrt{a_1}}\right)^w \quad (55)$$

一例として $P_w=100$, $P_s=2.60$ としたときの $f(w)$ をグラフとした w と $f(w)$ の関係を示すと図-3のようになる。図-4は筆者の行った実験による結果である。縦軸には $f(w)$ をとっている。式(54)より $f(w)$ に対応するものと考えられる。横軸には自然沈降させた堆積時間をとっている。

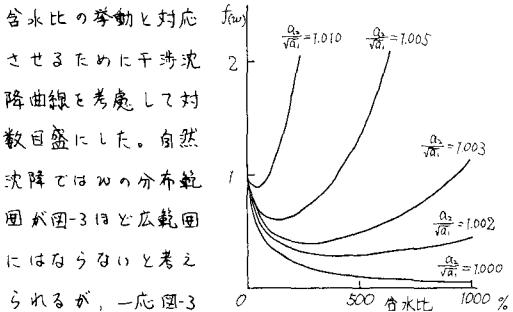


図-3 含水比による $f(w)$ の変化

含水比の挙動と対応させるために平滑化

降曲線を考慮して対数目盛にした。自然沈降では w の分布範囲が図-3ほど広範囲にはならないと考えられるが、一応図-3と似た傾向を示してある。

2-5 T_0 が分布をもつ場

合: 式(24)を T_0 で表わす

とつぎのようになる。

$$\bar{\sigma} = 2 P_w U_0 \sqrt{\frac{P_s}{\pi}} \frac{1}{T_0} f(w) \quad (56)$$

いままで T_0 を一定

と考えたが分布をも

つと考える方が実際

的である。Einstein⁵の

粘性底層モデルはその後乱流境界層の壁面附近でbursting現象の存在が明確にされ、

より現実的なものとなつた。中川⁶は

Rao⁷の示唆に基づい

てbursting周期下の分布を対数正規確率紙上に整理し、

次式のような丁に属する生起確率分布を求めた。

$$Pr(T) = \frac{\log e}{\sqrt{2\pi} \sigma_T} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\log T - \mu_T}{\sigma_T} \right)^2 \right) \quad (57)$$

このとき次式が成立する。 $\mu_T = \log \sqrt{2\pi} \sigma_T (1 + \psi^2)$, $T_0 = \gamma T_B$, $\gamma = (1 + \psi)^{-1/2}$. ただし $\psi = \frac{\sigma_T}{T_B}$ で、 T_B, σ_T はそれを下の平均と標準偏差である。式(57)を T_0 の分布関数として与えると式(56)より次式となる。

$$\bar{\sigma} = \int_0^\infty 2 d \log P_w \sqrt{\frac{P_s}{\pi}} \frac{1}{T_0} f(w) dT = 2 d \log P_w \sqrt{\frac{P_s}{\pi}} \frac{1}{T_0} f(w) \gamma^{-1/2} \quad (58)$$

実用的な量で表示するために中川⁶の報告による水理条件によらず $\psi \approx 1.0$, $T_0 = \frac{U_c}{U}$ という結果を用いるとつぎのようになる。 $\bar{\sigma} \sim \frac{U_c^2}{2} P_w \sqrt{P_s} f(w)$ (59) 開水路における浮上実験の結果を示すと図-5のようになり式(59)よりやや勾配が急な結果となった。

3.あとがき 本文では更新モデルによる Einstein⁵, Trans ASCE Vol.123, 1958, 4. 澤井⁴, 底泥浮上の説明を試みた。今後実験による検討を行なう。6 中川⁶: 22回回流試験装置, 1961. 7 K.N.Rao and J.T.M. VR. 49, 1972.

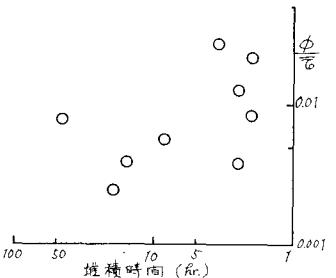


図-4 堆積時間と ϕ との関係

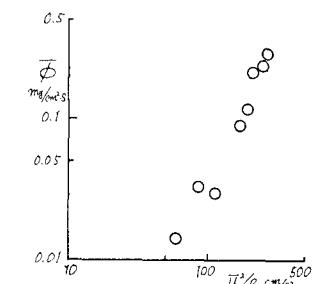


図-5 U_c/U と浮上速度との関係