

熊本文学 〇 正 員 小 林 一 郎
 同 上 三 池 亮 次
 オ-復建 永 徳 明 彦

1. はじめに 筆者らは、リフスレー¹⁾のいう接続マトリックスによる変位法を用いた骨組構造物の最適設計を試みるものである。接続マトリックスの最適設計への適用については、たとえば、W.R. Spiller²⁾らが、トラスの骨組の幾何学形状の最適設計を行なっているが、この中で、接続マトリックスの転置したものを generalized incidence matrix と称し、定式化されている。接続マトリックスの逆マトリックスは、影響線マトリックスであり、これより、活荷重に対する部材最大断面力が不静定構造でも容易に算出される。また SLP (反復線形計画法) を用いる際に必要となる、感度係数の算出もマトリックス演算のみで処理することが可能である。

2. 影響線マトリックスについて、図-1の平行弦ワーレントラスに下弦載荷した場合を例にとって、断面力の影響線の算出手順を述べる。節点番号 o から $1, 2, \dots, n+1$ まで、単位荷重が移動するものとし、各部材の影響線図はそれぞれ、左から $l_1, l_2, \dots, l_n$ までの縦距が求められ、作図できる。これらの縦距を、オ_i 番目の部材のものについて、ベクトル表示する。

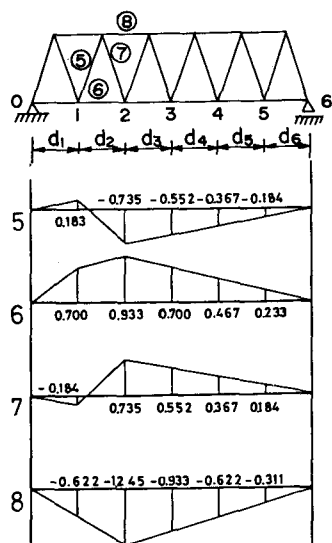


図-1 影響線図

$$L_i = [l_1, l_2, \dots, l_n] \quad (1)$$

A_+ , A_- を影響線図のプラス側及びマイナス側の面積とする。オ_i 部材の最大部材力 P_i は、従来の設計法に従えば、次式の通りである。

$$P_i = (A_+ - A_-) f_1 + l_{\max} \cdot f_2 + \text{sign}(A') A f_3 \quad (2)$$

ただし、 $A' = \max(A_+, A_-)$, $l_{\max} = \max(l_1, l_2, \dots, l_n)$, $\text{sign}(A_+) = +1$, $\text{sign}(A_-) = -1$ と定める。また、 f_1 は単位長さ当たりの死荷重、 f_2, f_3 は「道路橋示方書」で云う線荷重 P と等分布荷重 p に影響を考慮したものである。

いま、 L_i が求まり、 $F = [f_1, f_2, f_3]^T$ とすると、式(2)は、次のように書ける。ただし、 m 部材数とすると、 L_i は $(1 \times m)$, F は (3×1) のベクトル

E_i は $(m \times 3)$ のマトリックス、 e_1, e_2, e_3 は $(m \times 1)$ のベクトルである。

$$P_i = L_i \cdot E_i \cdot F$$

$$F \in L \quad E_i = [e_1, e_2, e_3] \quad (3)$$

E_i は、次のようにして求める。 e_1 は影響線図の面積の初であるので台形公式より得られる。 e_2 は式(2)右辺オ₂ 項を求めるためのものであり $l_{\max}$ に対応する要素を 1, その他を 0 にする。 e_3 は上下弦材のように

$$e_1 = \begin{bmatrix} \frac{d_1 + d_2}{2} \\ \frac{d_2 + d_3}{2} \\ \frac{d_3 + d_4}{2} \\ \frac{d_4 + d_5}{2} \\ \frac{d_5 + d_6}{2} \end{bmatrix}, e_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, e_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{d_2 \cdot d_3}{2} \\ \frac{d_3 + d_4}{2} \\ \frac{d_4 + d_5}{2} \\ \frac{d_5 + d_6}{2} \end{bmatrix} \quad (4)$$

影響線図の面積が正負の何れか一方の符号のみの場合には e_3 と同じでよいが、斜材の場合には、大きい方の面積のみを採用する。図-1のトラスのオ₅ 部材について E_i を求めると、式(4)の通りである。ただし、式(4)の e_3 のベクトルのオ₅ 番目の要素中にあるものは、縦距の符号が変化する区間の面積を求めるための補正項であり、この場合には $g = |l_2| / (|l_1| + |l_2|)$ である。

3 最適設計 制約条件としては、応力制限、板厚制限、細長比(λ)の制限、面外座屈防止の条件を考慮する。

$$\sigma_{ca}(\lambda) \leq \sigma \quad \text{or} \quad \sigma \leq \sigma_{ca} \quad (5), \quad 20 C_F \leq \lambda \leq 120 \quad \text{or} \quad 200 \quad (6)$$

$$t_1, t_2 \geq 0.8 \text{ cm} \quad (\text{EE}t, t_1: \text{ウェブの板厚}, t_2: \text{フランジの板厚}) \quad (7)$$

設計変数は、断面積 A_i 、細長比 λ_i 、断面形状係数 C_{Fi} 、フランジ幅 B (全部材でひとつの変数) とし、目的関数は、最小重量設計に従うものとして $Z = \sum A_i L_i \rightarrow \min$ とする。ただし、 L_i は i 部材の部材長である。
式(3)より求めた P_i を着目の要素とするベクトルを $P_{\max}$ 、応力ベクトル D_m とすると、応力とその感度係数は、

$$\sigma_m = D_m \cdot P_{\max} \quad (8) \quad \frac{\partial \sigma_m}{\partial X} = \frac{\partial D_m}{\partial X} P_{\max} + D_m \frac{\partial P_{\max}}{\partial X} \quad (9)$$

となる。ただし、 D_m は、主対角要素が断面積 A_i の逆数でその他はゼロのマトリックスであり、式(9)の右辺第1項の感度係数は容易に求まる。また、第2項は、式(3)について求めると、次のようになる。

$$\frac{\partial P_i}{\partial X} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial P_i}{\partial L_k} \cdot \frac{\partial L_k}{\partial X} \quad (10) \quad \frac{\partial P_i}{\partial L_k} = \frac{\partial L_i}{\partial L_k} E_i F + L_i \frac{\partial E_i}{\partial L_k} F \quad (11)$$

4 数値解析例 図-2は、4パネルワーレントラスの静定及び不静定構造の解析例とそれらの影響線図の一部を示したものである。また、図-3は、スパン67.2mの35部材上路橋トラスの解析例であり、図-4は図-3の、1部材について、断面形状の最適解を示したものである。尚、設計荷重条件としては、「道路橋示方書」に従って、TL-20を用い、衝撃も考慮する。死荷重は $f_d = 4.578 \text{ ton/m}$ とする。

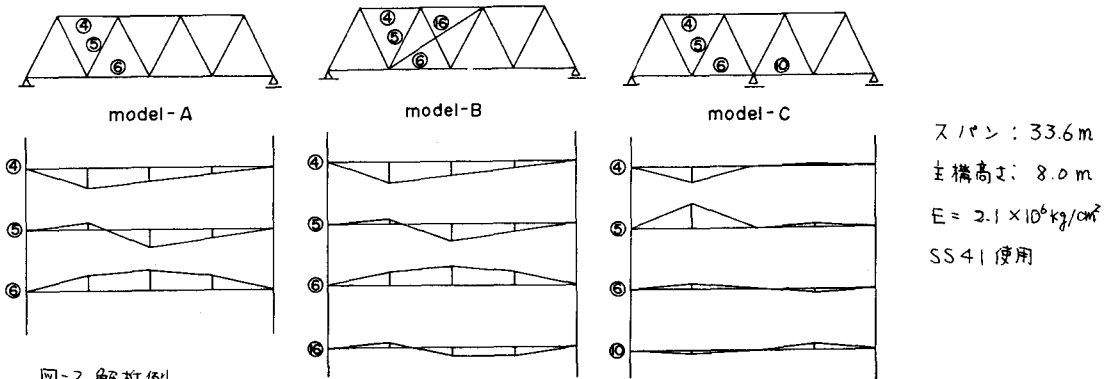


図-2 解析例

図-2の各モデルの最適解は、それぞれ $W_A^{\text{opt}} = 8786.4 \text{ kg}$, $W_B^{\text{opt}} = 10075.7 \text{ kg}$, $W_C^{\text{opt}} = 6075.9 \text{ kg}$ であった。本報告においては、ウェブ幅 B を全部材で一つの変数としてあることと、板厚の制限を設定してあることのために、内的不静定トラスより静定トラスの最適値(総重量)の差が小さくなる。図-3の上路橋トラスの解は $W^{\text{opt}} = 40655 \text{ kg}$ であった。これらの解と、従来のように、活荷重をすべて節点荷重にして、仕様の節点に載荷した場合と比較すると、本法による解が、総重量で5%~10%程度小さくなる。これから、本法の解が安全側にあることがわかる。また、本法では、部材最大断面力が影響線より、ただちに求められるため、従来のように、総ての

載荷状態を考慮し、そのうち最大となる断面力を部材ごとに求める方法による複雑な計算が避けられる。また、感度係数の算出は、静定・不静定に関係なく、定式化してあるので、両者の区別を全く気にせずに、使用できることも有利な点である。

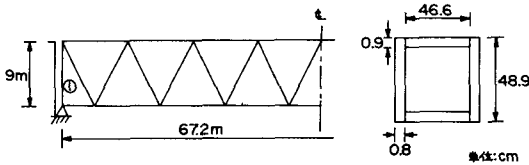


図-3 35部材上路橋

図-4 断面形状

参考文献 リ R K リアスレ「マトリックス構造解析入門」(培風館)

2) W R Spillens 「Geometric Optimization Using Simple Code Representation」ASCE ST5 (1980)