

(株)神戸製鋼所 正員 中西 晃

同 同 豊島 史郎

同 同 渡田 凱夫

1. まえがき 本報では、概略設計済みの構造(連続体)について、変形に対する設計条件の下に非線形最適化手法を用いて、その表面形状を決定する解析を行ない、計算法の検討を行なった。

FEMを用いた連続体の表面形状決定法については、要素の応力に着目して試行法的平法により逐次形状を修正していくもの^{2),3)}、節点座標も変数にとり体積一定の条件の下にひずみエネルギーを最小化するもの⁴⁾など特長ある解析法が提示されている。いずれも構造強度面から形状を決定しようというものである。これに対し、可塑性が高く、その変形量が問題となる場合や所定の変形性能が要求される場合など、構造の変形により形状が定まる場合がある。とくに、複雑な構造で、かつ所定の変形性能が厳しく要求されることもあり、その場合には最適化手法などにより所要の形状を解析的に効率良く求めることが必要である。ここでは、そのように変位に対し厳しい制約が課せられた構造(連続体)の表面形状決定の問題をとりあげ、FEMおよび非線形最適化手法と併用した解析を行なう。また若干の数値計算例をあげて計算法を具体的に検討した。

2. 問題の定式化 図1に示すように、まず材料の選定や構造の形状の設定など概略設計がなされ、ついで要素分割がなされるものとする。さらに変形に関する制約から着目節点と定め、その節点の変位の目標値(目標変位と呼ぶ)を設定する。目的関数を W とし、 W を

$$W = \|u_0 - u_n\|^2 \quad (1)$$

と表わす。ここに、 u_0 は $N \times 1$ の着目節点の変位ベクトル、 N は着目節点変位の個数、 u_n は $N \times 1$ の目標変位ベクトルである。また、設計変数には任意に選んだ構造表面上の節点の座標をとる。ただし、構造表面上の節点の座標値のみを変化させると、FEMの解の精度が悪くなるので、構造内部の節点の座標をも設計変数に選ぶとともに、表面上の節点の座標値に対し一定の従属関係を保つようにして、極端に要素の形状がひずむことがないようにする。また同様に、任意の線形関係を表面上の節点の座標間にも課して、数値解析上の独立変数の数が着目節点変位の数と越えないようにする。すべての設計変数の節点座標ベクトルを X と表わし、そのうち独立変数のみを選び出してベクトル表示したものと $\bar{X}$ とする。それぞれのベクトルは $M \times 1$ 、 $\bar{M} \times 1$ で、 M は全設計変数の数、 $\bar{M}$ は独立変数の数である。 X は上述の線形関係に基づき、

$$X = A\bar{X} \quad (2)$$

と表わされる。ここに、 A は $M \times \bar{M}$ の係数行列である。したがって解析では式(1)の目的関数 W を最小にする $\bar{X}$ を求めることになる。

3. 最小化の解析 目的関数の最小化の数値解析法にはGaussの反復法を用いる。いま、 i 回目のくり返しにおける X の近似解を $X^{(i)}$ とし、着目節点変位 u_0 と $X^{(i)}$ の近傍でテーラー展開し、設計変数の修正値の2次以上の項を省略して

$$u_0^{(i+1)} = u_0^{(i)} + M^{(i)} \Delta X^{(i)} \quad (3)$$

ここに $M^{(i)} = \left[\frac{\partial u_0}{\partial X} \right]_{X=X^{(i)}}$ と表わす。 $\Delta X^{(i)}$ は $M \times 1$ の設計変数の修正ベクトルである。着目節点変位ベクトル u_0 を構造全体の变位ベクトル u ($n \times 1$, n は構造の自由度)により、

$$u_0 = C u \quad (4)$$

と表わせば、

$$M^{(i)} = C \left[\frac{\partial u}{\partial X_m} \right]^{(i)} = -CK^{(i)-1} \left(\frac{\partial K}{\partial X_m} \right)^{(i)} u_0^{(i)} - \left[\frac{\partial F}{\partial X_m} \right]^{(i)} \quad m=1, 2, \dots, M \quad (5)$$

である。ここに、 C

は $M \times n$ の1または0

を要素とする行列、

K は剛性行列、 F は

荷重ベクトルである。

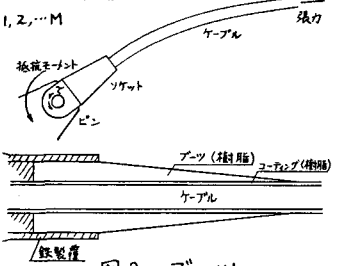
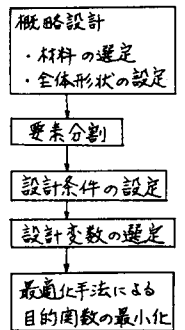


図2 ブーツ

行列 $\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \end{bmatrix}^{(i)}$ については剛性行列の作成と同様に、要素ごとに作成し重ね合わせれば良い。その詳細については割愛する。さて、 Δ 計+1 回目のくり返しにおける目的関数値 $W^{(i+1)}$ は式(1)および(3)より

$$W^{(i+1)} = W^{(i)} + \Delta X^{(i)T} M^{(i)T} M^{(i)} \Delta X^{(i)} + \Delta X^{(i)T} M^{(i)T} (U_p^{(i)} - U_A) \quad (6)$$

と評価される。独立変数に対する修正ベクトルを $\Delta \bar{X}^{(i)}$ ($M \times 1$) とすれば、式(2)より $\Delta X^{(i)} = A \Delta \bar{X}^{(i)}$ であるので、

$$W^{(i+1)} = W^{(i)} + \Delta \bar{X}^{(i)T} A^T M^{(i)T} M^{(i)} A \Delta \bar{X}^{(i)} + \Delta \bar{X}^{(i)T} A^T M^{(i)T} (U_p^{(i)} - U_A)$$

となる。 $\partial W^{(i+1)} / \partial \Delta \bar{X}^{(i)} = 0$ より $\Delta \bar{X}^{(i)}$ が

$$\Delta \bar{X}^{(i)} = -(A^T M^{(i)T} M^{(i)} A)^{-1} A^T M^{(i)T} (U_p^{(i)} - U_A) \quad (7)$$

と求まり、これより $\Delta X^{(i)}$ および $X^{(i+1)}$ もそれぞれ $A \Delta \bar{X}^{(i)}$ および $X^{(i)} + \Delta X^{(i)}$ として求まる。なお、目的関数 W は X に関して非線形性が強いとみられ、ここで得られた $\Delta X^{(i)}$ をそのまま設計変数の修正ベクトルとして用いるのでは解が発散する恐れがある。そこで、 $X^{(i+1)} = X^{(i)} + S \Delta X^{(i)}$ として、得られた $\Delta X^{(i)}$ のベクトル長を補正する。この S の値の決定には試行法的手法¹⁾を用いた。すなわち、 S の値を適宜変化させ剛性および変位を求めて目的関数と最も小さくする S の値を探索した。

4. 数値計算例 海洋構造物では、太径のケーブルが用いられることがあるが、図2に示すように、ピンには摩擦力が作用し、十分な回転が妨げられる。そのため、ケーブルは曲げを受け、局所的に曲率が過大となることがある。そこで、ブーツと呼ばれる補剛材をケーブル端部に取り付け、曲率の平滑化を図る。ここではそのブーツの表面形状を決定する。樹脂のヤング係数を 46 kg/mm^2 、ポアソン比を 0.45 とし、ケーブルについては曲げ剛性からそのヤング係数を 24 kg/mm^2 、ポアソン比を 0.3 とした。図3(b)にその要素分割を示す。(a)

に示す設計条件から、ケーブル軸線に沿って 46.5 kg/mm の等分布荷重を作用させて、ケーブル表面の節点の変位が(a)に示す曲率半径 10^4 mm の曲線上にのるようにブーツの表面形状を求めた。図(c)にくり返し数2において得られたブーツの表面形状を、図(d)に目標変位の分布と本解析により得られた変位分布を示す。図(c)より、ブーツの鉄製覆が板厚も含め全体に大きくなっていることがわかる。

つぎに、油圧シリンドラチューブを取りあげ、油締めを防ぐ

目的で、チューブの変形を所定の値以下におさえるチュー

ブ板厚を求める。図4に油圧シリンドラの形状を、図5にチューブの要素分割を示す、

(軸対称構造) またチューブ材料のヤング係数は $2.1 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2$ 、ポアソン比は 0.3

とする。またシリンドラ内圧を 100 気圧とし、着目節点変位にはシリンドラ中央の

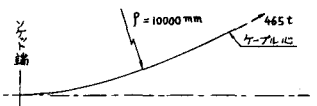
方向の変位をとる。チューブ内径は既知とし、内側節点を除く全節点の Y 方向座標を設

計変数とする。ただし独立変数はそのうちの1個である。チューブ外径の初期値と 168 mm

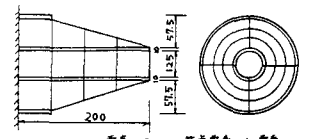
(板厚 8 mm) とし計算結果を図6、図7に示す。

1) 中画、波田：「最適化問題の手法による形構造の形状決定」、日本建築学会論文報告集、No.238、'75

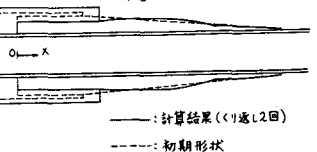
2) 葛、山崎：「構造物の最適形状発生と最小重量設計法」、川崎技報、'79年・9月、3) 尾田、山崎：有限要素法による速度の最適形状の決定法、機械学会論文集、44巻38号、4) 瀬口、多田：「最適化問題による構造物の形状決定問題」、



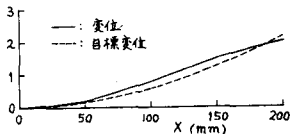
(a) 設計条件



要素: 3D-20節点要素, 40要素
節点数: 216
(b) 構造のモデル化



(c) 得られた表面形状 (i=2)



(d) 変位分布

図3 ブーツの形状決定

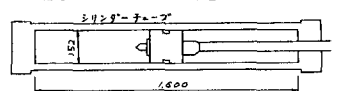


図4 油圧シリンドラ

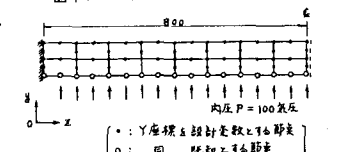


図5 シリンドラチューブの要素分割

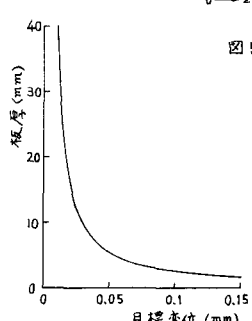


図6 チューブ中央部の目標変位-板厚

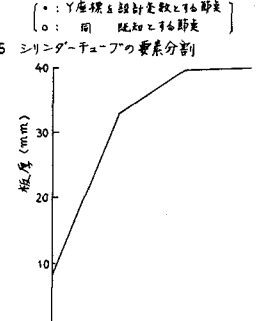


図7 板厚および変位の収束状態