

新日本製鉄(株) 正会員 坂本 良文
 大阪大学 工学部 正会員 前田 幸雄
 長岡技術科学大学 正会員 林 正

1. まえがき

SLPを用いた最適構造設計法は解の信頼性と汎用性に優れているが、標準的な手法を用いたのではLPの次元数が膨大になり、計算時間と記憶容量の点で大規模な構造物に適用することは不可能に近い。本研究では数値計算の効率を上げるために、設計変数の変換と「余裕変数」という無次元の状態変数を用いて制約条件式を大幅に減らしたSLPを定式化した。さらにSLPの数値計算法の工夫と、感度係数を求めるためのマトリックス構造解析のプログラムを改良して計算時間を短縮した。本解法を実橋の骨組構造物に適用して、その実用性を調べた。

2. SLPの定式化

(1) SLPの一般式 最適構造設計の問題は、式(1)~(4)で与えられる。

$$\text{制約条件: } g_i(x) \leq 0 \quad (i=1, 2, \dots, J) \quad (1) \quad X_i^u \geq x_i \geq X_i^l > 0 \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (2)$$

$$\text{目的関数: } f = f(x) \longrightarrow \text{minimize} \quad (3) \quad \text{設計変数: } x = \{x_1, x_2, \dots, x_I\}^T \quad (4)$$

標準的なSLPの手法により式(1)~(3)を微小な変化量 Δx について線形化すると、move limit γ_i を用いて

$$\nabla^T g_i(\bar{x}) \cdot \Delta x \leq -g_i(\bar{x}) \quad (5) \quad X_i^l - \bar{x}_i \leq \Delta x_i \leq X_i^u - \bar{x}_i \quad (6)$$

$$|\Delta x_i| \leq \gamma_i \bar{x}_i \quad (7) \quad \Delta f = \nabla^T f(\bar{x}) \cdot \Delta x \longrightarrow \text{minimize} \quad (8)$$

$$\text{ここに, } x = \bar{x} + \Delta x \quad (9) \quad \nabla g_i = \partial g_i / \partial x \quad (10) \quad \nabla f = \partial f / \partial x \quad (11)$$

(2) 設計変数の変換 式(9)において、 x_i を無次元の変数 y_i に変換する。

$$x_i = \bar{x}_i y_i \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (12) \quad y_i = 1 + \Delta x_i / \bar{x}_i \quad (>0) \quad (13)$$

式(13)を式(6)、(7)に代入すると

$$X_i^l / \bar{x}_i \leq y_i \leq X_i^u / \bar{x}_i \quad (14) \quad 1 - \gamma_i \leq y_i \leq 1 + \gamma_i \quad (15)$$

となるから、 y_i の制約条件の厳しい方を採用して次式の値を定義する。

$$Y_i^l = \max(X_i^l / \bar{x}_i, 1 - \gamma_i) \quad (16) \quad Y_i^u = \min(X_i^u / \bar{x}_i, 1 + \gamma_i) \quad (17)$$

さらに y_i を y_i^* に変換してLPにおける変数の非負条件を考慮すれば、式(14)、(15)は次式のようになる。

$$y_i^* \leq Y_i^u - Y_i^l \quad (i=1, 2, \dots, I) \quad (18) \quad \text{ここに, } y_i^* = y_i - Y_i^l \quad (\geq 0) \quad (19)$$

(3) 余裕変数の導入 式(5)は応力制約や変位制約などの制約条件式であるから、実際の構造物では数百から数千の数になる。この制約条件式の数を減らすために余裕変数を導入する。

構造物に一つの設計荷重 P が作用する場合、第 m 部材内の応力照査点 k に生じる応力を σ_{mk} とし、この応力に対する許容応力度を $\sigma_{a,mk}$ として、次式の無次元量 α_{mk} を部材応力に関する状態変数と考える。

$$\alpha_{mk} = \sigma_{a,mk} / \sigma_{mk} \quad (m, k=1, 2, \dots) \quad (20)$$

ここで、トラス部材では $k=1$ 、はり部材では部材両端の上・下縁応力度とウェブのせん断応力度を照査する場合とすれば $k=5$ となる。SLPの計算では、これらの状態変数のなかで絶対値最小の変数を選び、その他の変数を棄却すれば、荷重 P による部材応力に関する制約条件式を一つの式(21)に縮小することができる。

$$\alpha \geq 1 \quad (21) \quad \text{ここに, } \alpha = \min_{m,k} |\alpha_{mk}| \quad (22)$$

なお、複数の荷重状態を考慮する場合に、それぞれの荷重状態に対して式(21)の制約条件式を用いる。

荷重 P による第 n 節点の変位を $\delta_{n,l}$ 、許容変位を $\delta_{a,n}$ として、全荷重に対する変位制約を一つの式に集約する。

$$\beta \geq 1 \quad (23) \quad \text{ここに, } \beta = \min_{n,l} |\delta_{a,n} / \delta_{n,l}| \quad (24)$$

変数 α と β は制約条件に対する構造物全体の余裕度を表わす量であるから、これらの変数を余裕変数と呼ぶ¹⁾。

3. 数値計算法

SLPの計算では *move limit* ϵ_i と *adaptive move limit* ϵ を用いて計算を制御した。LP では式(21)と(23)を Δx について線形化して用いるので誤差が生じ、LP の解が縮小しない元の制約条件式(1)のすべてを満たさないことがある。この線形化による誤差が大きい場合に ϵ_i の上・下限値を変更する方法や、式(22)の α とその次に小さい値に対する制約条件式を採用して解の収束性を良くした。したがって、本解法の制約条件式の数は部材数と節点数に関係なく $(I + 2 \times L + 1)$ になる。ここに L は荷重状態の総数である。

式(10)、(11)の感度係数は数値微分により求めた。このとき構造解析を適宜省略する修正SLP(MSLP)を用いて計算時間の短縮を試みた。最適解の収束判定は、全設計変数の変化率が許容誤差 ϵ_x 以下になるようにした。

4. 骨組構造物への適用

道路橋示方書³⁾に基づく実橋規模の平面骨組構造物の最適弾性設計に本解法を適用して、解の精度と実用性を調べる。

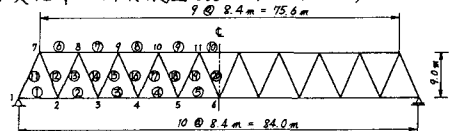


図-1 単径間トラス

(1) 単径間トラス(計算例1) 解の精度を確認するために、図-1に示す単径間トラス⁴⁾を最適規準法(OCM)による解と比較する。目的関数は最小体積、設計変数は全部材の断面積とし、制約条件は断面積の上・下限値、応力制限、たわみ制限とした。荷重は死荷重のみとした。

(2) 連続トラス(計算例2) 文献5)に示された図-2の3径間連続トラスを計算した。設計変数は断面積26個、荷重状態は死荷重の他に活荷重が16ケースである。たわみ制約は考慮されていない。

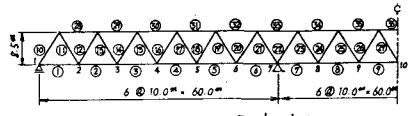


図-2 3径間連続トラス

(3) 連続トラス(計算例3) 図-2のトラスについて設計変数を板厚と板幅とした。断面積を設計変数とする場合には許容圧縮応力度を仮定しなければならぬが、本計算例では細長比による示方書の正確な値を用いることができる。

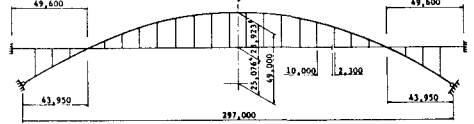


図-3 補剛アーチ

(4) 補剛アーチ(計算例4) 図-3に示す補剛アーチ(大三島橋)を計算した。目的関数は鋼種別の単価を考慮した換算体積とした。設計変数は板厚と板幅とし、たわみ制限を用いた。構造解析では部材重量の変化を考慮したので、仮定鋼重は実荷重と完全に一致する。また死荷重載荷時に、所定の完成形状が得られるように無応力長(製作長)計算を行った²⁾。

5. 考察

表-1 計算結果

各計算例の目的関数の初期値 f^0 、最適値 f_{opt} 及び変化率 $\Delta f/f_{opt}$ 、反復回数 N_o 、計算時間(ACOS-900を使用)等を表-1にまとめて示す。また、制約条件式の数を表-2に示す。

Ex.	Method	ϵ_x	ϵ_i	n	$f^0(m^3)$	f_{opt}	$\Delta f/f_{opt}$	α_{min}	δ	No.	CPU(sec)
1	OCM SLP	0.02	0.2	0.5	7.3475	7.0912	10^{-8}	1.1110	1.0000	3	0.89
						7.0921	2.7×10^{-6}	1.0000	1.0000	26	26.37
						7.0914	3.5×10^{-6}	1.0649	0.9999	24	24.39
						7.0912	2.9×10^{-6}	1.0812	0.9999	39	39.16
2	Ref.5) SLP	0.001	0.25	0.6	21.150	7.727	1.9×10^{-5}	0.9997	—	7	—
						7.7381	1.9×10^{-5}	—	—	55	662.4
3	SLP MSLP	0.02	0.2	0.6	69.852	9.4441	9.5×10^{-5}	1.0000	—	16	224.2
						9.4430	9.1×10^{-5}	0.9915	—	24	184.7
4	SLP MSLP MSLP	0.02	0.2	0.6	229.99 " 170.68	83.386	4.6×10^{-3}	0.9845	2.467	28	715.5
						83.485	1.4×10^{-3}	0.9781	2.460	34	641.8
						83.749	2.7×10^{-3}	0.9770	2.400	33	685.8

本解法による解の精度は実用上十分である。計算時間は実用的な範囲にあるが、計算例2では許容誤差が厳しかったために、フラットネス現象により反復回数は増大する。しかし、板厚と板幅を設計変数とした計算例3は収束が良く、かつより実際的な最適解が得られる。本計算例では修正SLPの効果は十分に現れな

表-2 制約条件式の数

Ex.	Ordinary SLP				Proposed SLP			
	Variable	Stress	Deflec.	Total	Variable	Stress	Deflec.	Total
1	80	20×1	1×1	101	20	2×1	1	23
2	144	36×16	0	720	36	2×16	0	68
3	160	40×16	0	800	40	2×16	0	72
4	156	153×11	1×11	1850	39	2×11	1	62

かったが、修正SLPと *move limit* の使用方法を検討することにより計算時間もさらに短縮することは可能である。

1) 前田・林・坂本: SLPによる骨組構造物の最適設計, JSSC第15回マトリックス解析法発表論文集, 1981. 2) 前田・林: 大径間斜張橋の最適弾性設計, 本講演概要集. 3) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, 丸善, 1973. 4) 菊地・佐戸: 工学課程橋梁設計例(第3版), オーム社, pp.105~149, 1975. 5) 小川・長: 最適設計における計算の効率に関する研究, 土木学会論文報告集, No.297, 1980.