I-333 基盤振動を受ける構造物の最適設計

国士舘大学 工学部 正 ○菊田征勇
東京電機大学理工学部 正 松井邦人
東洋大学 工学部 正 新延泰生

1. はじめに

動的な入力を受ける構造物の挙動を的確に把握し，設計を合理的に行なうために動的解析がなされる。ここでは構造物が静的な荷重だけでなく，その基盤に動的な入力を受ける状態を想定して動的解析を組込んだ最適設計を行なう。なお，目的関数としては構造物の重量を考えることにする。

2. 問題の定義

構造物が静的外力および基盤振動による加速度の影響を受けている場合，その応答は両作用による応答を合成したものである。それ等は

$$K(b)z_s = Q \tag{1}$$

$$M(b)\ddot{z}_D + C(b)\dot{z}_D + Kz_D = -M\ddot{z}_0 \tag{2}$$

$$z_D(0) = 0, \quad \dot{z}_D(0) = 0 \tag{3}$$

を解くことにより求まる。式(1)は剛性方程式，式(2)，(3)は基盤振動を受ける場合の構造物の運動方程式である。$b = \{b_1, b_2, \cdots, b_m\}^T$ は設計変数，$z_s = \{z_{s1}, z_{s2}, \cdots, z_{sn}\}^T$ は静的応答，$z_D = \{z_{D1}(t), z_{D2}(t), \cdots, z_{Dn}(t)\}^T$ は動的応答を表わす。またQは静的荷重，$\ddot{z}_0$は基盤の加速度を表わし，$K(b)$，$M(b)$，$C(b)$ はそれぞれ剛性マトリックス，質量マトリックス，減衰マトリックスを示す。

静的外力および基盤振動による合成応答は

$$z(t) = z_s + z_D(t) \tag{4}$$

で表わされる。目的関数，等号拘束条件，不等号拘束条件を一般的に表示するとそれぞれ次のように示される。

目的関数 $$\phi_0 = g_0(b) + \int_0^\tau h_0(z(t), b)\,dt \tag{5}$$

拘束条件 $$\phi_i = g_i(b) + \int_0^\tau h_i(z(t), b)\,dt = 0, \quad (i = 1, 2, \cdots, p_1) \tag{6}$$

$$\phi_i = g_i(b) + \int_0^\tau h_i(z(t), b)\,dt \leqq 0, \quad (i = p_1+1, p_1+2, \cdots, p_2) \tag{7}$$

構造物の最適化問題での拘束条件としては応力（許容応力，座屈応力）に関するものおよび変位に関するものは一般に

$$\eta(z(t), b) \leqq 0 \tag{8}$$

で表わせる。また設計変数の上限，下限に関する拘束条件は

$$\eta(b) \leqq 0 \tag{9}$$

で示される。これ等の拘束条件が式(6)，(7)で記述できることは参考文献1)，2)に示した通りである。

3. 解析手法

前節で定義された問題を解くにあたり，設計変数bがδbだけ変化したときの各式の変化量を一次式で近似すると式(6)，(7)は

$$\delta\phi_i = g_{i,b}\,\delta b + \int_0^\tau \{h_{i,b}\,\delta b + h_{i,z_s}\,\delta z_s + h_{i,z_D}\,\delta z_D\}\,dt, \quad (i = 0, 1, 2, \cdots, p_2) \tag{10}$$

となる。δbとδZ_S, δZ_Dの間には式(1), (2)より

$$K\delta Z_S+(K\delta Z_S)_{,b}\delta b=0 \tag{11}$$

$$M\delta\ddot{Z}_D+(M\ddot{Z}_D)_{,b}\,\delta b+C\delta\dot{Z}_D+(C\dot{Z}_D)_{,b}\delta b+K\delta Z_D+(KZ_D)_{,b}\delta b=-(M\ddot{Z}_0)_{,b}\delta b \tag{12}$$

$$\delta Z_D(0)=0,\quad \delta\dot{Z}_D(0)=0 \tag{13}$$

の関係がある。これ等の式を用いて式(10)中のδZ_S, δZ_Dを消去する。そのためにまず新たに変数$\lambda_{Si}(t)$を導入する。ただし$\lambda_{Si}(t)$は次式の解である。

$$K\lambda_{Si}=-h_{i,Z_S}^{T} \tag{14}$$

式(14)の転置を取り，右よりδZ_Sを掛け，剛性マトリックスKが対称であることを考慮すると

$$\lambda_{Si}^{T}K\delta Z_S=-h_{i,Z_S}\delta Z_S \tag{15}$$

となる。式(11)の左からλ_{Si}を掛けると

$$\lambda_{Si}^{T}K\delta Z_S+\lambda_{Si}^{T}(KZ_S)_{,b}\delta b=0 \tag{16}$$

式(15), (16)より次式を得る。

$$h_{i,Z_S}\delta Z_S=\lambda_{Si}^{T}(KZ_S)_{,b}\delta b \tag{17}$$

次にδZ_Dを消去するために変数$\lambda_{Di}(t)$を導入する。ただし$\lambda_{Di}(t)$は

$$M\ddot{\lambda}_{Di}-C\dot{\lambda}_{Di}+K\lambda_{Di}=-h_{i,Z_D}^{T} \tag{18}$$

$$\lambda_{Di}(\tau)=0,\quad \dot{\lambda}_{Di}(\tau)=0 \tag{19}$$

の解である。式(18)の転置を取り右よりδZ_Dを掛ける。質量マトリックスM，減衰マトリックスC，剛性マトリックスKが対称であることを考慮すると，

$$\ddot{\lambda}_{Di}^{T}M\delta Z_D-\dot{\lambda}_{Di}^{T}C\delta Z_D+\lambda_{Di}^{T}K\delta Z_D=-h_{i,Z_D}\delta Z_D \tag{20}$$

が得られる。次に式(12)の左からλ_{Di}を掛けて部分積分し，式(13), (19)の関係を用いると

$$\int_0^{\tau}\Big\{\ddot{\lambda}_{Di}^{T}M\delta Z_D+\lambda_{Di}^{T}(M\ddot{Z}_D)_{,b}\delta b-\dot{\lambda}_{Di}C\delta Z_D+\lambda_{Di}(C\dot{Z}_D)_{,b}\delta b+\lambda_{Di}^{T}K\delta Z_D+\lambda_{Di}^{T}(KZ_D)_{,b}\delta b+\lambda_{Di}^{T}(M\ddot{Z}_0)_{,b}\delta b\Big\}dt=0 \tag{22}$$

となる。式(20), (22)より

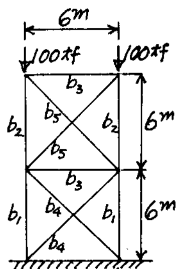
$$\int_0^{\tau}h_{i,Z_D}\delta Z_D\,dt=\int_0^{\tau}\lambda_{Di}^{T}\Big\{(M\ddot{Z}_D)_{,b}+(C\dot{Z}_D)_{,b}+(KZ_D)_{,b}+(M\ddot{Z}_0)_{,b}\Big\}\delta b\,dt \tag{23}$$

を得る。式(17), (23)を式(10)に代入すると

$$\delta\phi_i=\Big\{g_{i,b}+\int_0^{\tau}\Big[h_{i,b}+\lambda_{Si}^{T}(KZ_S)_{,b}+\lambda_{Di}^{T}\big\{(M\ddot{Z}_D)_{,b}+(C\dot{Z}_D)_{,b}+(KZ_D)_{,b}+(M\ddot{Z}_0)_{,b}\big\}\Big]dt\Big\}\delta b=l_i\delta b \tag{24}$$

l_iはいわゆる感度ベクトルである。

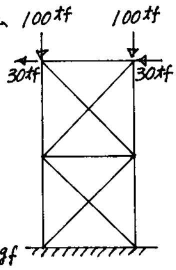
4. 数値計算例



$E=2.1\times10^6$ kgf/cm²
$\rho=0.00785$ kgf/cm³

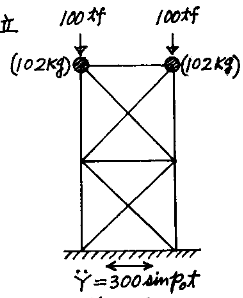
拘束条件
応力＋座屈

$b_1=69.3\,\mathrm{cm}^2$
$b_2=70.5$
$b_3=3.14$
$b_4=12.1$
$b_5=8.29$
cost=1619 kgf



拘束条件

1)応力＋座屈	2)応力＋座屈＋変位
$b_1=135.4\,\mathrm{cm}^2$	$b_1=135.2\,\mathrm{cm}^2$
$b_2=92.5$	$b_2=92.3$
$b_3=0.672$	$b_3=1.112$
$b_4=38.7$	$b_4=66.2$
$b_5=38.7$	$b_5=65.1$
cost=3184 kgf	cost=3903 kgf



注）拘束条件　応力：1400kgf/cm²，座屈：オイラー座屈，変位：1.5cm

計算結果は当日発表する。

参考文献

1)菊田・松井・新延：動的拘束条件を考慮した構造物の最適設計，第35回土木学会年次講演会，I−343，1980.

2)菊田・松井・新延：構造物の動的応答を考慮した最適化問題，国士舘大学工学部紀要，第14号，1981.