

鳥取大学大学院 学生員 松保重之
鳥取大学工学部 正会員 白木 渡
鳥取大学工学部 正会員 高岡宣善

1. まえがき 道路橋を設計するという立場では、危険状態である渋滞時を考慮すべきであることを考えれば、荷重は橋軸に沿って連続分布していると思し得る。本研究では、このような荷重を分布不規則荷重としてとらえ、まずその確率特性値をシミュレーション手法によって求め、つぎにそのような分布荷重が作用する場合の道路橋の信頼性解析を不規則関数論を用いて行なった。

2. シミュレーション手法による確率特性値の決定¹⁾ 交通流を構成する車種は建設省が行なっている全国交通情勢調査にしたがって、(a)乗用車、(b)小型貨物車、(c)大型貨物車の3つに分類し、Fig-1に示すような簡単なモデルとした²⁾。ただし、Lは車両占有長、Wは車両重量である。車両重量は簡単のために正規分布に従うものとし、各車種に関する分布形はTable-1に示すような最大・最小重量、平均重量、分散によって規定した。車種(a)、(b)および(c)の混入率はそれぞれ64.0%、20.0%および16.0%とした。以上のように車両をモデル化し、Fig-4に示す計算手順をふんでシミュレーション(10万回)を行なった。なお、車両間隔は一律に50mとした。計算結果はFig-2、Fig-3に示す通りである。Fig-2はシミュレーションの結果出てきた分布不規則荷重の平均値と分散を示したものであり、Fig-3は相関関数 $Kg(\tau)$ (τ m)：橋軸方向に沿って測った2点間の座標値の差)を示したものである。Fig-3の $Kg(\tau)$ は各座標値上で平均したもの

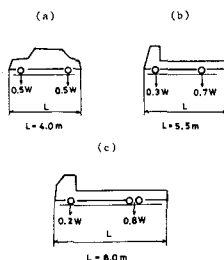


Fig-1

Table-1

	Max(τ)	Min(τ)	Mean(τ)	Var(τ)
乗用車	4.0	0.5	1.2	0.6
小型貨物車	8.0	0.8	3.1	3.2
大型貨物車	46.0	3.5	10.5	50.5

を示したものである。Fig-3の $Kg(\tau)$ は各座標値上で平均したもの
を示したが、そのバラツキは小さく、99%信頼区間は約0.006 (τ m)と非常に
小さい値を示した。したがって、Fig-2、Fig-3から、ここで考えてい
る分布不規則荷重はかなりの定常性を有すると思える。本研究では、の
ちに行なう信頼性解析における計算をなるべく簡単化するため、 $Kg(\tau)$ を
指数関数で回帰近似した。その際、回帰近似を行なった結果に多少なり
とも確率論的意味を持たせるという意味で、 $\tau > \tau_c$ のとき不規則関数 $g(x)$
と $g(x+\tau)$ が実用上非相関とみなせるような

$$\tau_c = \frac{1}{\sigma_g^2} \int_0^{\infty} |Kg(\tau)| d\tau \quad (1)$$

長さを表わす相関距離 τ_c (式(1)参照)なる

ものを導入し、回帰曲線とシミュレーション結果の曲線の相関距離が類
似しているものをもって、回帰曲線のパラメータを決定した。以上の諸
点に注意し、回帰近似した結果、(a) $Kg(\tau) = 0.737 e^{-0.45|\tau|}$ あるいは(b) $Kg(\tau) = 0.544 e^{-0.48|\tau|}$ となった。その結果をFig-3に示す。曲線(a)、(b)の回帰区間
はそれぞれ $0 < \tau < 3$ m、 $0 < \tau < 8$ mであり、曲線(a)の方が曲線(b)に較べ $Kg(\tau)$
の τ の小さい区間を重視したものとなっている。

3. 信頼性解析の方法 Fig-5のようにスパンL
の単純ばりに分布不規則荷重 $\tilde{g}(x)$ が作用している時の静
的応答について考える。この場合、はりの曲げモーメン
ト $M(x)$ と $\tilde{g}(x)$ との間には、式(2)に示すような関係式が成

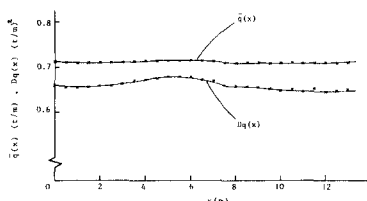


Fig-2

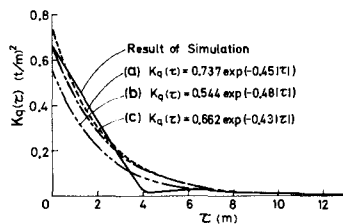


Fig-3

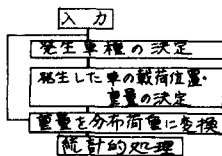


Fig-4

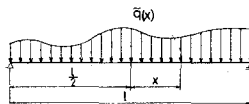


Fig-5

立する。この微分関係式は線型性を有するので不規則関数論により、曲げモーメントの相関関数 $K_M(x_1, x_2)$ と荷重の相関関数 $K_g(x_1, x_2)$ との間に式(3)なる関係式が成立する。したがって、 $K_g(x_1, x_2)$ が与えられれば、はりの両端における曲げモーメントは 0 だから両端断面における曲げモーメントと他断面における曲げモーメントとは相関がないという境界条件式(4)のもとに

$$\frac{d^2 \tilde{M}(x)}{dx^2} = -\tilde{g}(x) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 K_M(x_1, x_2)}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} = K_g(x_1, x_2) \quad (3)$$

$$K_M(-\frac{l}{2}, x_2) = K_M(\frac{l}{2}, x_2) = K_M(x_1, \frac{l}{2}) = K_M(x_1, -\frac{l}{2}) = 0 \quad (4)$$

式(3)を解けば、曲げモーメントの相関関数 $K_M(x_1, x_2)$ が得られる。いま、荷重 $\tilde{g}(x)$ は定常不規則関数で、その相関関数も尤座標値の差 τ により、 $K_g(x_1, x_2) = K_g(\tau) = D_g e^{-\alpha|\tau|}$ のように書けると仮定する。ただし、 D_g は荷重の分散であり、はりの全長にわたって定数である。そうすると、微分方程式(3)を解くことによって $K_M(x_1, x_2)$ を次式のように得る。

$$K_M(x_1, x_2) = \frac{D_g}{\alpha^2} \left[e^{\frac{\alpha l}{2}} \left(\frac{\alpha l}{2} - \alpha x_1 - \alpha x_2 + \frac{4x_1 x_2}{l} - \alpha l \frac{\partial l}{\partial x_2} - 2 \frac{x_1 \alpha x_2 + x_2 \alpha x_1}{l} \right) + \alpha^2 (x_1^2 + x_2^2) \left(\frac{4x_2}{3l} - \frac{l}{4} \right) + x_1 x_2 \left(\frac{2l}{l} + \frac{\alpha^2 l^2}{6} + \frac{\alpha^2 l^2}{24} - \frac{\alpha l}{2} + e^{-\alpha l/2} + \frac{\alpha^2}{6} x_1 x_2 + \alpha |x_1 - x_2| \right) \right] \quad (5)$$

上式より曲げモーメントは x を助変数とする非定常不規則関数となることが分る。以上のようにして静的応答が求められたなら、以下のようにして与えられたレベル $M_a(x)$ を超過する破壊確率を求めることができる。いま、 $\tilde{P}_0(x) = \tilde{M}(x) - M_a(x)$ で定義される新にならぬ不規則関数を導入すると、破壊という事象は $\tilde{P}_0(x)$ がレベル 0 を正超過することであると考えられる。特に $\tilde{P}_0(x)$ が非定常正規分布に従う場合、 $\tilde{P}_0(x)$ と $\tilde{P}_0(x) = d\tilde{P}_0(x)/dx$ の結合確率密度 $p(M_0, \dot{M}_0; x)$ は、式(6)のようになるので、単位時間当りの平均超過回数 $\nu_0(x)$ は、

$$p(M_0, \dot{M}_0; x) = \frac{1}{2\pi \sigma_{M_0} \sigma_{\dot{M}_0} \sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{M_0}} - \frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{\dot{M}_0}} \right)^2 - \frac{2\rho(\tilde{P}_0 - \tilde{P}_0)(\dot{\tilde{P}}_0 - \dot{\tilde{P}}_0)}{\sigma_{M_0} \sigma_{\dot{M}_0}} + \frac{(\dot{\tilde{P}}_0 - \dot{\tilde{P}}_0)^2}{\sigma_{\dot{M}_0}^2} \right\} \quad (6)$$

$$\nu_0(x) = \int_0^\infty p(M_0, \dot{M}_0; x) \dot{M}_0 d\dot{M}_0 = \frac{\sigma_{\dot{M}_0}}{2\pi \sigma_{M_0}} \exp \left(-\frac{\tilde{P}_0^2}{2\sigma_{M_0}^2} \right) \cdot \left(\sqrt{1-\rho^2} \exp \left[-\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left(\frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{M_0}} - \frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{\dot{M}_0}} \right)^2 \right] + \sqrt{2\pi} \left(\frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{M_0}} - \frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{\dot{M}_0}} \right) \left\{ 1 - \Phi \left[-\frac{1}{\sqrt{1-\rho^2}} \left(\frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{M_0}} - \frac{\tilde{P}_0}{\sigma_{\dot{M}_0}} \right) \right] \right\} \right) \quad (7)$$

となる。式(6),(7)において、 $\tilde{P}_0(x), \sigma_{M_0}(x)$ は $\tilde{P}_0(x)$ の期待値および標準偏差であり、また $\tilde{P}_0(x), \sigma_{\dot{M}_0}(x)$ は $\dot{\tilde{P}}_0(x)$ の期待値および標準偏差である。さらに、 $\rho(x)$ は同一断面における $\tilde{P}_0(x)$ と $\dot{\tilde{P}}_0(x)$ との間の相関係数であり、 $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u \exp(-\frac{t^2}{2}) dt$ は確率積分である。はりが安全であるためには、レベル $M_a(x)$ は $\tilde{M}(x)$ に較べてかなり大きいものでなければならぬ。そのような場合には $\tilde{P}_0(x)$ が正領域へ超過する事象はまれであるので、 $\tilde{P}_0(x)$ の正超過回数はポアソン分布で近似でき、破壊確率 Q は式(8)より求まる。

$$Q = 1 - \exp \left\{ -\int_{\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \nu_0(x) dx \right\} \quad (8)$$

4. 数値計算例 以上示した諸式を用いて数値計算を行なった。その一例を Fig-6 に示す。Fig-6 はスパン一定 ($l=50m$) とした場合の安全率 β と破壊確率 Q との関係を示したものであり、図中の (a), (b) はそれぞれ、 $K_g(\tau)$ の関数形として第 2 節で示した指数回帰曲線 (a), (b) を用いて数値計算をしたものである。ここで、安全率とはスパン中央における曲げモーメント $\tilde{M}_c$ に対する許容曲げモーメント M_a の比 $M_a/\tilde{M}_c$ を示す。この図で、曲線 (a) と曲線 (b) を比較すると、曲線 (a) の方が破壊確率 Q が大きくなっていることが分る。曲線 (a) は、 $K_g(\tau)$ として τ の小さい区間を重視した回帰曲線を用いた計算結果であるので、 $K_g(\tau)$ を用いた信頼性解析を行なう場合、 τ の小さい $K_g(\tau)$ の値が影響してくることが分る。そこで、 $K_g(\tau)$ の $\tau=0$ における D_g の値として、シミュレーション結果の値 $D_g = 0.662 (t/m^2)$ を直接用いて、 $K_g(\tau)$ を α のみの 1 次元指数回帰

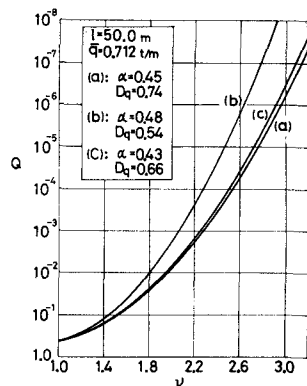


Fig-6

をし、その $K_g(\tau)$ を用いて数値計算した結果を示すと Fig-6 の (c) となる。計算結果 (a) と (c) を比較すると、数値値はほとんど一致するので、 $K_g(\tau)$ の関数形として、ここでは設計上安全側となる回帰曲線 (a) を採用することにする。

- 1) 松原、白木、高岡：シミュレーション手法による道路橋荷重のモデル化，土木学会第40回中国年次学術講演概要集，I-4，1981-5
- 2) 藤野、伊藤、遠藤：シミュレーションに基づく道路橋設計荷重の評価，土木学会論文報告集，第286号，pp.1-13，1979-6
- 3) 小西、高岡：構造動力学，丸善，pp.207-208，1976-2
- 4) ルジャーニツン著、高岡宣善訳：構造物の信頼性解析，丸善，pp.199-205，1980-12