I-303　初期周方向膜力を考慮した竪型円筒タンクの固有振動解析

(株) 神戸製鋼所　正員　頭井 洋
〃　〃　新家 徹

1　まえがき

近年円筒タンクの弾性変形と液体との連成効果に関する研究が盛んに行われその成果が除々に実際設計に取り入れられつつある。 現在水平震動に対し注目されている振動モードは周方向については一次モードだけであるが模型タンクを用いた振動実験によると花びら振動と称されている周方向高次モードが観測されており[1,2,3]，今後の重要な研究課題と考えられる。これまで行われてきた円筒タンクの振動解析のほとんどは静液圧による初期方向膜力の影響は考慮していないが，周方向高次モードではその影響が無視しえないと考えられる[2]。

本文では Love-Timoshenkoのシェル理論[4]および速度ポテンシャル理論を用いて，静液圧による初期周方向膜力を考慮した円筒タンクの固有振動解析について報告する。

2. 理論

液体は 非粘性，非圧縮性，渦無しとしかつ短周期地震動を対象として自由表面での波高は小さいとする。

この時 速度ポテンシャル Φ は図1の座標を用いて次のように表わされる。

$$\Phi(r,\theta,x,t)=\sum_{k=1}\sum_{s=1}\Phi_{ks}\cdot\dot{q}_{ks}+\Phi_0\,\dot{u}_g \qquad (1)$$

ここで　q_{ks}：周方向k次軸方向s次の基準座標

　　　　u_g：地動変位

$$\Phi_{ks}=\left[-\sum_{i=0}\frac{2\,I_k(\lambda_i r/H)\cdot\cos(\lambda_i x/H)\int_0^H f_{ks}(x)\cos(\lambda_i x/H)dx}{\lambda_i\{I_{k-1}(\lambda_i a/H)-(kH/\lambda_i a)\cdot I_k(\lambda_i a/H)\}}\right]\cos k\theta$$

$$\Phi_0=\left[-\sum_{i=0}\frac{2H(-1)^i\,I_1(\lambda_i r/H)\cdot\cos(\lambda_i x/H)}{\lambda_i^2\{I_0(\lambda_i a/H)-(H/\lambda_i a)I_1(\lambda_i a/H)\}}\right]\cos\theta$$

また $\lambda_i=(i+1/2)\pi$，$I_k(x)$ はk次の第1種変形Bessel関数，$f_{ks}(x)$ は法線方向変位 w の周方向k次軸方向s次の振動モードを表わす。動液圧Pは 液体の単位重量を γ_w，重力の加速度を g として次式で与えられる。

$$P(r,\theta,x,t)=-(\gamma_w/g)\cdot\partial\Phi/\partial t \qquad (2)$$

一方薄肉円筒シェルの基礎方程式はLove-Timoshenkoより次のように与えられる[4]。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{\theta x}}{a\partial x}-N_{\theta 0}\left(\frac{1}{a}\frac{\partial^2 v}{\partial\theta\cdot\partial x}+\frac{1}{a}\frac{\partial w}{\partial x}\right)+P_x=0\\
&\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x}+\frac{\partial N_\theta}{a\partial\theta}-\frac{Q_\theta}{a}+P_\theta=0\\
&\frac{\partial Q_x}{\partial x}+\frac{\partial Q_\theta}{a\partial\theta}+\frac{N_\theta}{a}+\frac{N_{\theta 0}}{a^2}\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}-\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)-P_z=0\\
&\frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x}+\frac{\partial M_\theta}{a\partial\theta}-Q_\theta=0\\
&\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_{\theta x}}{a\partial\theta}-Q_x=0
\end{aligned}\right\}\quad(3)$$

$$\left.\begin{aligned}
&N_\theta=\frac{B}{a}\left(\frac{\partial v}{\partial\theta}+w+a\nu\frac{\partial u}{\partial x}\right)\\
&N_x=\frac{B}{a}\left(a\frac{\partial u}{\partial x}+\nu\frac{\partial v}{\partial\theta}+\nu w\right)\\
&N_{\theta x}=N_{x\theta}=\frac{B}{2a}(1-\nu)\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}+a\frac{\partial v}{\partial x}\right)\\
&M_\theta=\frac{D}{a^2}\left(-\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+a^2\nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right)\\
&M_x=D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}-\frac{\nu}{a^2}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{\nu}{a^2}\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}\right)\\
&M_{x\theta}=M_{\theta x}=\frac{D}{a}(1-\nu)\left(-\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\cdot\partial\theta}\right)
\end{aligned}\right\}\quad(4)$$

ここに

$$B=Eh/(1-\nu^2),\quad D=Eh^3/12(1-\nu^2)$$

E：弾性係数，ν：ポアソン比である。

式(3),(4)で w，P_z の正負がTimoshenkoとは逆になっている。また $N_{\theta 0}$ は静液圧による周方向膜力で，液深をH，$\beta=\sqrt[4]{3(1-\nu^2)/h^2a^2}$ として次式で与えられる[4]。

$$N_{\theta 0}=a\gamma_w H\left[\left(1-\frac{x}{H}\right)-e^{-\beta x}\left\{\cos\beta x+\left(1-\frac{l}{\beta H}\right)\sin\beta x\right\}\right] \qquad (5)$$

θ軸に関する回転角を ψ，境界における等価せん断力を V_x，$S_{\theta x}$ とすると 次式が得られる。

$$\psi=\frac{\partial w}{\partial x},\quad V_x=Q_x+\frac{\partial M_{\theta x}}{a\partial\theta},\quad S_{\theta x}=N_{\theta x}-\frac{M_{\theta x}}{a} \qquad (6)$$

円周方向k波で調和振動している時，振動数を ω として変位および断面力は次のように表示できる。

$$\left.\begin{aligned}
&u=f_1(x)\cos k\theta\cdot\cos\omega t &\quad& M_x=f_5(x)\cos k\theta\cdot\cos\omega t\\
&v=f_2(x)\sin k\theta\cdot\cos\omega t && V_x=f_6(x)\cos k\theta\cdot\cos\omega t\\
&w=f_3(x)\cos k\theta\cdot\cos\omega t && S_{x\theta}=f_7(x)\sin k\theta\cdot\cos\omega t\\
&\psi=f_4(x)\cos k\theta\cdot\cos\omega t && N_x=f_8(x)\cos k\theta\cdot\cos\omega t
\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

慣性力 P_x, P_θ, P_z は容器の材料密度を γ_s として次のように与えられる。

$$P_x=\frac{\gamma_s h}{g}\omega^2 u,\quad P_\theta=\frac{\gamma_s h}{g}\omega^2 v,\quad P_z=\frac{\gamma_s h}{g}\omega^2 w-P(\theta,x,t)_{r=a} \quad \cdots(8)$$

ここで $P(\theta,x,t)_{r=a}$ は動液圧による慣性力を表わしており, 式(1),(2)に式(7)を代入して得られる。ただしここでは調和振動を仮定しているので式(1)の第2項は消える。式(7),(8)を式(3),(4),(6)に代入し整理すると次の1階常微分方程式が得られる。

$$\frac{d}{dx}\{Z\}=[A]\{Z\} \qquad (9)$$

$$\{Z\}=\{f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_4^*, f_5^*, f_6^*, f_7^*, f_8^*\}^T$$

$f_1^*\sim f_8^*$ は各変位および断面力の振動モードを表わす未知関数であり, [A] は8行8列の係数マトリックスである。式(9) に伝達マトリックス法を適用して固有振動数および振動モードを求めたが, その際 [A] の各要素の大きさが非常に不ぞろいとなり桁落ちにより精度が低下するので, 文献5) に示された複素固有値法を用いて精度の向上をはかった。

3 計算例

図2は, 文献3)の実験値と本文の計算値とを比較したものである。図で破線は初期膜力を無視した場合, 実線は初期膜力を考慮した場合の計算値を示している。周方向波数kが5より小さい場合初期膜力の影響はほとんどないが, kが5より大きくなるにつれてその影響は大きくなる事がわかる。初期膜力を考慮した計算値は実験値と良く一致している。図2は上端で厚板により側板変形が拘束されている場合であるが, 図3は同様諸元で上端がFreeの場合の計算値を示している。図2, 図3の両者を比較すると次の点に注目される。図2でk=2～5の間で計算値を結ぶ曲線はなめらかでないがその理由は, 上端で厚板により側板変形が拘束されており片持梁に近い振動をするk=1の場合にはその影響はほとんどないが周方向モード次数が大きくなるにつれ上端での拘束の影響があらわれ, k=2～5がその遷移領域にあたっているためと思われる。これに対し上端で側板変形を拘束していない図3ではなめらかな曲線が得られている。また図2, 図3の変位の振動モードを比較してみるとk=1の場合はほとんど同じ振動モードが得られているが, k=5の場合は上端の側板変位拘束の有無の影響が大きく表われ, かなり相違する振動モードが得られている。実際のタンクはウィンドガーダーやナックルプレートが存在するので図2の場合に近いと考えられる。その他の計算例は講演会当日報告させていただく。

参考文献

1) R.W. Clough, Akira Niwa & D.P. Clough "Experimental Seismic Study of Cylindrical Tanks", Pro. ASCE ST12. 1979
2) 越智, 浅井, 内藤, "液体と円筒タンクの連成振動" 石川島播磨技報, 第18巻第1号, 1978
3) D.P. Kana, "Seismic Response of Flexible Cylindrical Liquid Storage Tanks", Nucl. Eng. & Design 52, 1979
4) Timoshenko, "Theory of Plates and Shells", McGRAW-HILL
5) 中村秀治, "管路, 薄肉はりなどの線形常微分方程式の一数値解析法" 土木学会論文報告集, 第271, 1978

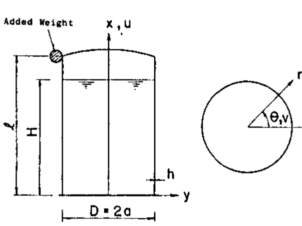

Fig. 1 Tank Shape and Coordinate

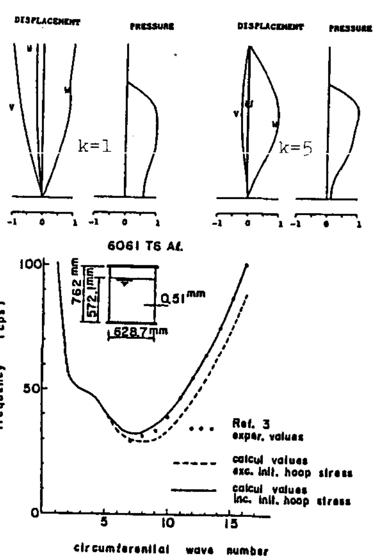

Fig. 2 Natural Frequencies

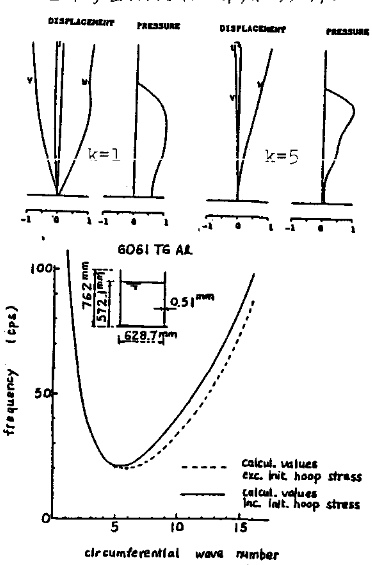

Fig. 3 Natural Frequencies