

九州大学 工学部 正員 小坪 清 真
九州工業大学 正員 高西 照 彦
○九州工業大学 学生員 堺 克 也

1. まえがき 原子炉の炉心における燃料棒のような棒状構造物が、地震動を受けて流体中で振動する場合にまわりの流体の一部が、付加質量として構造物に作用することは、既によく知られている。付加質量には、構造物の断面形状に基づくもの、流体の粘性に基づくもの、流体の移動慣性項に基づくもの等がある。著者等は、現在までに、楕円柱の二次元動水圧に関する模型実験を行なって、楕円柱に対する水の付加質量を求めたが、その際、水の粘性を考慮して実験値を補正すれば、振動方向の軸長 b とそれに直角な方向の軸長 a との比 b/a が1より大きい楕円断面を有する楕円柱に対しては、付加質量の理論値と実験値は、よく一致する。しかし、 b/a が1より小さい場合には、水の粘性を補正した後の実験値の方が理論値より大きく、両者の間の差は、 $b/a \rightarrow 0$ となるに従って、次第に大きくなる傾向を示した。これは、 b/a が小さくなるに従って、楕円柱の両端付近における流体の流速及び、その変化の割合が大きくなり、Navier-Stokes の方程式における、移動慣性項の影響が無視できなくなる為ではないかと考えられる。本論は、有限要素法を用いて、任意の断面形状を有する単一柱を流体中で強制振動させる場合の二次元動水圧を、流体の粘性及び移動慣性項を考慮して求め、その影響を明らかにしたものである。

2. 基礎方程式及び解法 移動慣性項を考慮した二次元非圧縮粘性流体中で、一様断面を有する無限長の柱を軸直角方向に、一定の振動数で強制振動させる場合を考える。柱の横断面に平行に直角座標系 (x, y) を設定し、 x, y 方向の流速を u, v 、流体の密度を ρ_w とすれば、流体の運動方程式は、次式によって与えられる。(ここで、物体力は省略した)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho_w} \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \right) \quad \dots (1) \quad \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho_w} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} \right) \quad \dots (2)$$

$$\text{ここに、} \sigma_x = -p + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad \sigma_y = -p + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad \dots (3)$$

上式において、 μ は流体の粘性係数、 p は動水圧である。

$$\text{また、連続の方程式は、} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots (4)$$

である。有限要素法を用いて式(1)~(4)を満足する解を求めるために、Galerkin 法に基づく定式化⁽⁵⁾を行なった。これより、解析領域をいくつかの有限要素に分割したとき、一つの有限要素について、次式に示すような、有限要素法による解析式が得られる。

$$M_{\alpha\beta} \ddot{u}_\beta + G_{\alpha\beta}^x u_\beta + G_{\alpha\beta}^{yx} v_\beta + K_{\alpha\beta\sigma}^x u_\sigma + K_{\alpha\beta\tau}^y v_\tau - H_{\alpha\lambda}^x P_\lambda = \Omega_{\alpha x} \quad \dots (5)$$

$$M_{\alpha\beta} \ddot{v}_\beta + G_{\alpha\beta}^y u_\beta + G_{\alpha\beta}^{xy} v_\beta + K_{\alpha\beta\sigma}^y u_\sigma + K_{\alpha\beta\tau}^x v_\tau - H_{\alpha\lambda}^y P_\lambda = \Omega_{\alpha y} \quad \dots (6)$$

$$H_{\alpha\lambda}^x u_\lambda + H_{\alpha\lambda}^y v_\lambda = 0 \quad \dots (7)$$

$M_{\alpha\beta}$ 等で表わされた各係数は、形状関数から定まる定数であり、 $\Omega_{\alpha x}, \Omega_{\alpha y}$ は境界条件が与えられれば、求めることのできる定数である。 $\alpha, \beta, \sigma, \tau, \lambda$ については総和規約をとる。ここで、強制振動の円振動数を ω とおき、 $\Omega_{\alpha x}, \Omega_{\alpha y}$ は、 $e^{i\omega t}$ を含む時間の関数とする。また、未知数 $u_\alpha, v_\alpha, P_\alpha$ に関しては、

$$\left. \begin{aligned} u_x &= \dots + U_{-2\alpha} e^{-2i\omega t} + U_{-1\alpha} e^{-i\omega t} + U_{0\alpha} + U_{1\alpha} e^{i\omega t} + U_{2\alpha} e^{2i\omega t} + \dots, \quad v_x = \dots + V_{-2\alpha} e^{-2i\omega t} + V_{-1\alpha} e^{-i\omega t} + V_{0\alpha} + V_{1\alpha} e^{i\omega t} + V_{2\alpha} e^{2i\omega t} + \dots \\ p_x &= \dots + P_{-2\lambda} e^{-2i\omega t} + P_{-1\lambda} e^{-i\omega t} + P_{0\lambda} + P_{1\lambda} e^{i\omega t} + P_{2\lambda} e^{2i\omega t} + \dots \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

のような、 ω について展開された複素 Fourier 級数の形に表わされると仮定する。これを(5)~(7)式に代入し、 $e^{i\omega t}$ の各高調波に対する係数に関して両辺を等値する⁽²⁾。即ち、例えば(5)式においては、

$e^{i\omega t}$ の項については、

$$\left. \begin{aligned} i\omega M_{\alpha\beta} U_{1\alpha} + G_{\alpha\beta}^{xx} U_{1\beta} + G_{\alpha\beta}^{yx} V_{1\beta} + K_{\alpha\beta\gamma}^x (\dots + U_{-\gamma\beta} U_{2\gamma} + U_{0\beta} U_{1\gamma} + U_{1\beta} U_{0\gamma} + U_{2\beta} U_{-1\gamma} + \dots) \\ + K_{\alpha\beta\gamma}^y (\dots + V_{-\gamma\beta} U_{2\gamma} + V_{0\beta} U_{1\gamma} + V_{1\beta} U_{0\gamma} + V_{2\beta} U_{-1\gamma} + \dots) - H_{\alpha\lambda} P_{1\lambda} = \Delta u_{1x} \end{aligned} \right\} (9)$$

$e^{2i\omega t}$ の項については、

$$\left. \begin{aligned} 2i\omega M_{\alpha\beta} U_{2\alpha} + G_{\alpha\beta}^{xx} U_{2\beta} + G_{\alpha\beta}^{yx} V_{2\beta} + K_{\alpha\beta\gamma}^x (\dots + U_{0\beta} U_{2\gamma} + U_{1\beta} U_{1\gamma} + U_{2\beta} U_{0\gamma} + \dots) \\ + K_{\alpha\beta\gamma}^y (\dots + V_{0\beta} V_{2\gamma} + V_{1\beta} U_{1\gamma} + V_{2\beta} U_{0\gamma} + \dots) - H_{\alpha\lambda} P_{2\lambda} = 0 \end{aligned} \right\}$$

などの様な非線型連立方程式を得る。(ここで、 $e^{0i\omega t}$ の項は0であるから、この項は省略した。) さらに、すべての有限要素について(9)式と同様の式を立て、これらを解析の対象領域全体にわたって重ね合わせることによって、非線型の連立方程式を作成し、これを境界条件を満たすように解くことによって、各節点における流速及び動水圧の基本波及び高調波成分の各未知係数 $U_{n\alpha}$ 等を求めることができる。それらを(8)式に代入すると、各節点における流速及び動水圧が得られる。柱に対する振動方向(x 方向)の流体の抵抗力は、

$$R_s = \int_{s'} (\sigma_x l + \tau_{yx} m) ds' \dots (10)$$

によって与えられる。ここに、 s' は柱の横断面の周を表わす。また、 l, m は、この周に対する法線方向余弦である。

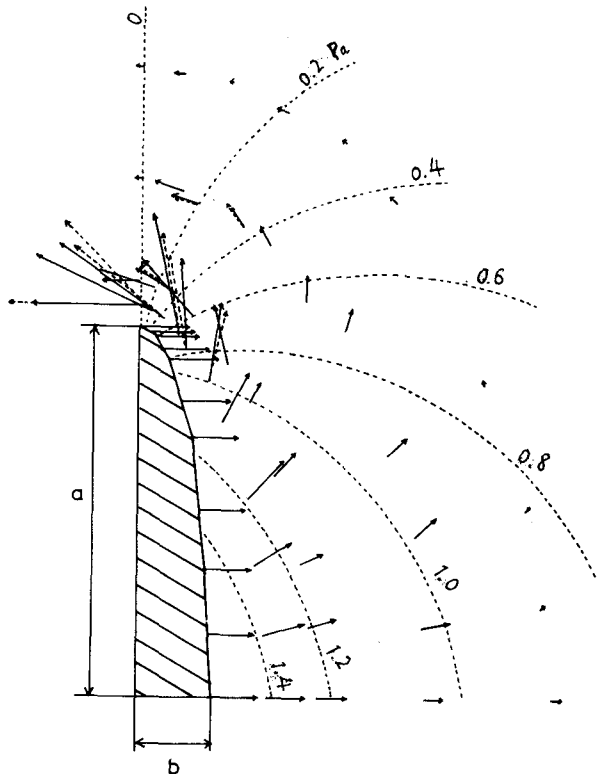
3. 数値解析結果及び考察

前章の理論に従って、楕円柱を水中で一定の振動数で強制振動させる場合について、 ω の2倍調波まで考慮して、数値計算を行ない、まわりの流体の流速及び動水圧を求めた。計算は、対称性を考えて全領域の1/4について行なった。右図に、移動慣性項を考慮した場合と考慮しない場合の流速と動水圧の分布の一例を示す。長軸の端部で両者の流速に差異が生じていることがわかる。

移動慣性項の影響は、強制振動の振動数、及び速度振幅によって異なる。これらのことについては、現在研究中である。

水中で振動する楕円柱に対する流速と動水圧の分布

- 流速ベクトル (線型解)
- 流速ベクトル (非線型解)
- 等動水圧線



(1) 川原・岡本：流れ関数による二次元非圧縮粘性流体の定常有限要素解析、土木学会論文報告集 No. 247, 1976.3

(2) 藤田広一：非線形問題，現代応用数学講座7，昭53年，コロナ社。