

東京工業大学 大学院総合理工学研究科 正 大町達夫

1. はじめに

フィルダムの地震応答解析などでは、ダムの振動減衰は築堤材料の動的特性に起因する内部減衰と振動エネルギーの地下逸散に起因する減衰すなわち地下逸散減衰の2要素から構成されていると考え、両者を加算してダム全体の減衰量とする場合が多い。ここで、前者は精細な材料試験の結果に基づき決定されるのに対し、後者は全く経験的に決定され、しかも前者より大きな値とすることもまれではない。周知のように、地震応答量は振動減衰量に大幅に依存するため、地下逸散減衰量も内部減衰量と同程度の精度で決定することがダムの合理的な耐震設計には必要である。そのための第一段階として、本文はごく単純なモデルの地下逸散減衰量を試算してみたものである。

2. 算定方針

ダム本体が内部減衰をもたない完全弾性体である時、その自由振動を減衰せしめるのが地下逸散減衰であると考える。その減衰特性からそれと等価な粘性減衰量を算定する。簡単のため、次の仮定をおく。

- i) ダムは楔形の均質2次元弾性体であり、上下流方向の水平せん断振動をする。
- ii) 地盤は均質な半無限弾性体であり、SH波が鉛直方向に伝播する。
- iii) 貯水の影響は無視できる。

3. 地下逸散減衰量の誘導

地盤と共に振動するダムを考え、ダムは第2次の基準振動モードで自由振動しているとする。このときダムは質量 M_i 、バネ定数 K_i をもつ自由度の振動系に置換できる(図1参照)。質点 M_i の変位を u 、ダムの基礎の地盤変位を u_0 と書けば、 M_i について

$$M_i(\ddot{u} + \ddot{u}_0) + K_i u = 0 \quad (1)$$

が成り立つ。地盤変位 u_0 はSH波として地下に伝播する。この波動 u_0 は次のように表わせる。

$$u_0(x, t) = u_0[p_i(x - z/c' + \theta)] \quad (2)$$

ただし p_i はダムの i 次固有円振動数、 c' は地盤内のせん断波速度である。地表における地盤のひずみは次式で与えられる。

$$\left. \frac{\partial u_0}{\partial x} \right|_{x=H} = -\frac{1}{c'} \frac{\partial u_0}{\partial t} = -\frac{1}{c'} \dot{u}_0 \quad (3)$$

これによるせん断力がバネの反力に等しい。よってダム振幅を B 、地盤のせん断剛性を G' とすれば

$$\begin{aligned} -K_i u &= B G' \left. \frac{\partial u_0}{\partial x} \right|_{x=H} = -\frac{B G'}{c'} \dot{u}_0 \\ \therefore \ddot{u}_0 &= \frac{K_i c'}{B G'} \dot{u} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。(4)を(1)に代入すれば、次式が得られる。

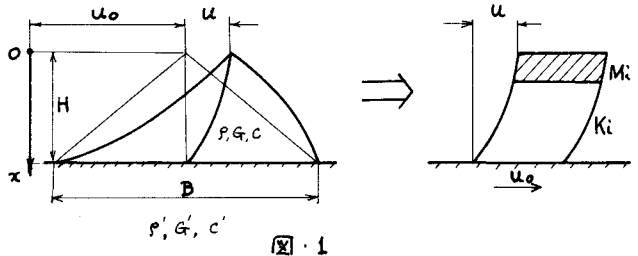


図1

$$M_i \ddot{u} + M_i \frac{K_i c'}{B G'} \dot{u} + K_i u = 0 \quad (5)$$

ここで

$$p_i^2 = \frac{K_i}{M_i}, \quad \frac{K_i c'}{B G'} = 2 p_i r_i \quad (6)$$

とすれば(5)は次のような通常の1自由度系の減衰自由振動方程式となる。

$$\ddot{u} + 2 p_i r_i \dot{u} + p_i^2 u = 0 \quad (7)$$

質量 M_i として次式で与えられる有効質量 M_e を採用する。

$$M_e = \frac{\left[\int_0^H m(x) \phi_i(x) dx \right]^2}{\int_0^H m(x) \phi_i^2(x) dx} = \frac{2}{Z_i^2} P B H \quad (8)$$

i	Z_i	$1/Z_i$	備考($1/\sqrt{\gamma_i}$)
1	2.4048	0.4258	0.261
2	5.5201	0.1812	0.143
3	8.6537	0.1156	0.098
4	11.7915	0.0848	0.075

表・1

ただし、質量分布 $m(x) = \rho b x$ 、基準振動形 $\phi_i(x) = J_0(Z_i x/H)$ を用いた。

ここで ρ はゴム材料の密度、 $b = B/H$ 、 $J_0(x)$ は第1種0次Bessel関数、 Z_i はその i 番目の零点であり、次の関係がある。

$$p_i = \frac{Z_i C}{H}, \quad c^2 = \frac{G}{\rho} \quad (9)$$

ただし C 、 G はそれぞれゴムのせん断波速度、せん断剛性である。

以上より、振動の地下速散による減衰量 r_i は次のようになる。

$$r_i = \frac{1}{2 p_i} \frac{K_i c'}{B G'} = \frac{1}{Z_i} \frac{\rho C}{\rho' c'} = \frac{1}{Z_i} \alpha \quad (10)$$

ここで $\alpha = (\rho C)/(\rho' c')$ はゴムと地盤に関する波の波動インピーダンス比である。

4. 考察

表・1に1次から4次までの特性値 Z_i とその逆数を示した。次数 i が高まるにつれ特性値 Z_i は単調に増大するから、地下速散減衰量は高次振動ほど小さい。ごく簡単には(10)は次のように近似できる。

$$r_i = 0.4 \alpha \text{ (1次)}, \quad 0.2 \alpha \text{ (2次)}, \quad 0.1 \alpha \text{ (3次)} \quad (11)$$

(11)は粘弾性体の楔形状ゴムが地盤内を鉛直に上昇する正弦波状の ρH 波によりせん断振動させられる場合のゴム頂の共振曲線から、図形的に算定した数値と同一である¹⁾。

有効質量は振動形に依存し、振動形は剛性分布に依存する。従ってゴムが均質でない場合には、地下速散減衰量は上記と異なる。例えば、剛性がゴム頂からの深さに比例する場合には次のようになる。

$$r_i = \frac{1}{\sqrt{\gamma_i}} \frac{J_2^2(\sqrt{\gamma_i})}{J_0^2(\sqrt{\gamma_i})} \frac{\rho C}{\rho' c'} = \frac{1}{\sqrt{\gamma_i}} \alpha \quad (12)$$

ただしこの場合の C はゴム底におけるゴムのせん断波速度であり、 $1/\sqrt{\gamma_i}$ の値は表・1の備考欄に示す通りである。この場合にも地下速散減衰は高次振動ほど小さい。

参考文献

- 1) 大町達夫：フィルゴムと地盤との動的相互作用に関する基礎的考察，土と基礎，28-8(271)，1980年8月，pp.31~36.