

北海道大学正員 能町純雄
室蘭工業大学正員 松岡健一
専修大学北海道短期大学正員 〇三上敬司

1. まえがき

過去において多くの研究者らが、半無限弾性体上の剛体の動的応答問題について求めているが、本研究は、地盤を半無限弾性体、構造物をその表面上に剛結された片持ばりとし、水平振動が、半無限弾性体上を伝達して行く場合の地盤と構造物の動的相互作用による応答を明らかにするものである。

2. 解析方法

構造物の応答に関しては、片持ばりに水平振動を作用させた場合の応答を Timoshenko 理論による次式のような微分方程式を用いる。

$$\frac{\partial V^*}{\partial z} = \rho_2 A \left(\frac{\partial^2 y^*}{\partial t^2} + \alpha \right) \quad (1) \quad V^* - \frac{\partial M^*}{\partial z} = \rho_2 I \frac{\partial^2 y^*}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$V^* = \kappa' A G_2 \left(\frac{\partial y^*}{\partial z} - \psi^* \right) \quad (3) \quad M^* = -E_2 I \frac{\partial \psi^*}{\partial z} \quad (4)$$

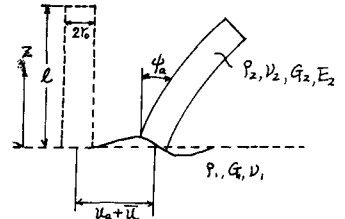


図-1

ここで、 M^* はモーメント、 V^* はせん断力、 ψ^* は曲げモーメントのみによるたわみ角、 ρ_2 は片持ばりの密度、 I は断面二次モーメント、 A は断面積、 κ' はせん断変形に対する補正係数、 α は水平振動による質量変化である。

一端が地盤に剛結された片持ばりの応答を考えると、式(1)~(4)に $V_{z=0}^* = V_0^*$, $\psi_{z=0}^* = \psi_a$, $\psi_{z=l}^* = \psi_l^*$ の境界条件を用いて z 方向に関して Fourier 変換を施し、式(1), (4)では $\cos$ 変換、式(2), (3)では $\sin$ 変換を行なうと、次のような Matrix 表示すると、

$$\begin{bmatrix} m' & 0 & \rho_2^2 A & 0 \\ 1 & m' & 0 & \rho_2^2 I \\ \frac{1}{\kappa' G_2 A} & 0 & m' & 1 \\ 0 & \frac{1}{E_2 I} & 0 & m' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S[V^*] \\ C[M^*] \\ C[y^*] \\ S[\psi^*] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_0^* \\ 0 \\ 0 \\ \psi_a - (-1)^m \psi_l^* \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} S[V^*] &= \int_0^l V^* \sin \frac{m\pi}{l} z dz \\ C[M^*] &= \int_0^l M^* \cos \frac{m\pi}{l} z dz \\ \text{etc} & \\ m' &= \frac{m\pi}{l} \text{ とおく。} \end{aligned}$$

式(5)を解いて、 z 方向に関して Fourier 逆変換して、境界条件 $z=0$ で $y^* = u_a$, $z=l$ で $M^* = 0$ を用いて $z=0$ での片持ばり底面のせん断力 V_0 、モーメント M_0 を求めて、Matrix 表示すれば、

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ M_0 \end{bmatrix} = E_2 A \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_a + u \\ \psi_a \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$a_{11} = \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{f_{33}} \pi, \quad a_{12} = -a_{21} = \frac{\frac{f_{32}}{f_{33}} g_0^{(2)} - f_0^{(2)}}{f_{33}}$$

$$a_{22} = \frac{f_{44}}{(n_1^2 - n_2^2) \pi}, \quad \omega^2 = \frac{G_2^2}{2(1+\nu_2) \rho_2^2}, \quad \gamma^2 = \frac{2(1+\nu_2)}{\kappa'}, \quad \beta^2 = \frac{A}{I}$$

$$\therefore \begin{cases} f_{11} \\ f_{22} \end{cases} = \frac{\omega^2}{\beta^2} \left\{ \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 (\beta^2 - \omega^2 \gamma^2) \left\{ \frac{g_1^{(0)}}{f_1^{(0)}} + \frac{g_1^{(2)}}{f_1^{(2)}} \right\} + \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{\pi} \left\{ \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \frac{(\beta^2 - \omega^2 \gamma^2)}{n_1^2 n_2^2} + \frac{\pi^2}{l^2 \omega^2} \right\} \right\}$$

$$f_{33} = \gamma^2 f_0^{(2)} + \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 (\beta^2 - \omega^2 \gamma^2) (f_0^{(0)} + \frac{n_1^2 - n_2^2}{\pi n_1^2 n_2^2}) + \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{\omega^2 l^2} \pi - \frac{f_1^{(0)}}{f_{11}} g_0^{(2)}$$

$$f_{44} = a_{12} \cdot f_0^{(2)} + \frac{\omega^2}{\beta^2} \left\{ \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 (\beta^2 - \omega^2 \gamma^2) \left\{ f_0^{(0)} - \frac{g_0^{(0)}}{f_{11}} (f_{22} + a_{12} f_1^{(2)}) \right\} + f_0^{(2)} - (f_{22} + a_{12} f_1^{(2)}) \cdot \frac{g_0^{(2)}}{f_{11}} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{(n_1^2 - n_2^2)}{\pi} \left\{ \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \frac{(\beta^2 - \omega^2 \gamma^2)}{n_1^2 n_2^2} + \frac{\pi^2}{l^2 \omega^2} \right\} \right\} \left\{ 1 - \frac{f_{22} + a_{12} f_1^{(2)}}{f_{11}} \right\} \right\}$$

$$n_1^2 = \frac{\omega^2}{2} \left(\frac{l}{\pi} \right)^2 \left\{ 1 + \gamma^2 \pm \sqrt{(1 - \gamma^2)^2 + 4 \beta^2 \gamma^2} \right\}$$

次に、半無限弾性体上の剛体の応答については、文献(1)に従って表わすと、

$$\begin{bmatrix} U_a \\ \psi_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{HH} & C_{HM} \\ C_{MH} & C_{MM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ M_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

C_{HH} : 水平力による複素コンプライアンス
 $C_{HM} = C_{MH}$: 水平力によるロッキングの複素コンプライアンス (= ロッキングによる水平力の複素コンプライアンス)
 C_{MM} : ロッキングによる複素コンプライアンス

式(6)と式(7)を組み合わせるによって、水平方向の変位応答倍率、角変位応答倍率を求めた。

3. 数値計算

数値計算例としては、地盤のポアソン比 ν_1 、はりのポアソン比 ν_2 、地盤に対するはりのせん断係数比 G_2/G_1 はりの半径に対する高さとの比 ℓ/r_0 をパラメータとして変えて計算している。

図-2, 3-(a), 3-(b)は、図中に示したようなパラメータを変化させ、無次元円振動数 a_0 に対する水平方向の変位応答倍率である。図-2は、非常に低い構造物であるとみなすことができるから、モーメント効果が低いので、単純減衰していると思われる。図-3-(a), 3-(b)は、地盤に依るせん断波の500倍の速さではりをせん断波が伝っているの、はりの底面では、水平振動がほとんど変化していないと考えられる。

図-4-(a), 4-(b)は、図中に示したようなパラメータとして、無次元円振動数 a_0 に対する角変位の応答倍率である。 $\ell/r_0 = 6.0$ と $\ell/r_0 = 8.0$ とを比較してみると、 ℓ/r_0 が大きい方が a_0 が低いところで共振点が現われている。このことは、構造物の高さが高くなるに従って、低い周波数のところで、ロッキングによる影響が大きいと思われる。

4. 結び

本研究では、水平方向の変位応答倍率、角変位応答倍率とはりの底面内のせん断力、モーメントとの関係を現在、検討中である。

5. 参考文献

- 1) 能町, 松岡, 三上: 半無限弾性体の水平振動に及ぼす表面上の剛体基礎の複素コンプライアンスに関する考察
第35回年次講演概要集: 1980年
- 2) 小坪, 清真: 土振動学 森北出版
- 3) 北村, 桜井: 剛基礎底面の複素剛性に関する一解析法
土木学会論文報告集
- 4) S. Veletsos: Lateral and Rocking Vibration of Footings. A.S.C.E. 1972年

