

熊本大学工学部

正員 秋吉 卓

八代工業高等専門学校 正員 ○ 利田邦彦

1. まえがき 杭の支持力に関して、これまで多くの成果が得られているが、本研究では周期的な鉛直荷重を受ける支持杭のすべりの近似解を提案し、より合理的な動的支持力を解明しようとするものである。杭と土は完全弾性体と考え、その接触面の応力が摩擦応力に達したときにすべりが発生するものとした。本解析法は、基本的にはモード分解による波動論に基づいているが、接触面での非線形性を等価線形化する際にモード間の連成を無視した。ここではすでに得られている単杭の成果を群杭に適用して、数値的に検討した。

2. 解析手法の概略 図-1のような支持杭が、側方より等方均質な線形地盤に支持されている系を考える。鉛直変位 $w(r, z, t)$ のみを考えた土層の運動方程式を、境界条件(i) $z=0: w=0$, (ii) $z=H: \tau_{rz}=0$ を用いて解くと、 $w(r, z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n K_0(\beta_n r) \sin(\beta_n z) \dots\dots (1)$ ただし、 $K_0(\beta_n r)$ は変形ベッセル関数、 $\beta_n = \pi(2n-1)/2H$, $\eta = v_s/v_p$, $D_v = \lambda'/\lambda$, $D_s = \mu'/\mu$, $\beta_n = \{[\eta^2 + i[D_v(\eta^2-2) + 2D_s]]\beta_n^2 - (\omega/v_s)^2\}^{1/2} / (1+iD_s)^{1/2}$ 。一方、杭と土が境界面上でずれているとき単位面積当りの摩擦応力を τ_F とすると、杭の運動方程式は次の形をとる。

$$2\pi r_0 \tau_F = -m \partial^2 (v e^{i\omega t}) / \partial z^2 + E_p S \partial^2 (v e^{i\omega t}) / \partial z^2 + P(z) e^{i\omega t} \dots\dots (2)$$

ここに、 m : 杭の単位長の質量、 E_p : 杭のヤング係数、 S : 杭の断面積、 $v(z)$: 杭の鉛直変位、 $P(z)$: 杭頭の集中心力 P を鉛直方向に Fourier 展開したものである。

さらに τ_F は、土のせん断応力 τ_{rz} とも釣合っているので、次式の形をとる。

$$\tau_F = -\tau_{rz}|_{r=r_0} = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n w_n \sin(\beta_n z) e^{i\omega t} \dots\dots (3)$$

ただし、 $w_n = A_n K_0(\beta_n r_0)$, $\alpha_n = (\mu + i\mu') \beta_n K_1(\beta_n r_0) / K_0(\beta_n r_0)$: 土の抵抗係数。

ここですべり変位 y を次の形で定義する; $y(z, t) = v(z) e^{i\omega t} - w(r_0, z) e^{i\omega t} \dots\dots (4)$

摩擦応力 τ_F を Fourier 展開すると; $\tau_F \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} [k_n y_n(t) + C_n \dot{y}_n(t)] \sin(\beta_n z) \dots\dots (5)$

ここで、 $y(t) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \exp[i(\omega t - \phi_n)] \dots\dots (6)$

とにおいて、誤差最小化法により(6)の等価係数 k_n, C_n を求めると、

$$k_n \sim 2k_0/\beta_n H, C_n \sim 4Z_n/\pi \omega Y_n \dots\dots (7)$$

ただし、連成項は無視し、 τ_F を図-3のような実数部で取扱い、すべり応力 $\tau_s(z)$ は、図-4のような深さに1次比例するものとした。

さらに、 $Z_n = 2Z_0/\beta_n H + 2(-1)^{n-1}(Z_0 - Z_n)/(\beta_n H)^2$ である。このとき

$$Y_n = \begin{cases} \frac{-4Z_n b_n M^2 / \pi + \sqrt{D_n}}{(k_n M_n + 4n M_0)^2 + (k_n N_n + b_n M_0)^2} & ; P > P_{cr}^{(n)} \\ 0 & ; P < P_{cr}^{(n)} \end{cases} \dots\dots (8)$$

$$P_{cr}^{(n)} = H/2 \cdot (4Z_n/\pi) \cdot \sqrt{(M^2 + N^2)/(a_n^2 + b_n^2)} \quad (: \text{限界すべり荷重}) \dots\dots (9)$$

$$D_n = (2P/H)^2 (a_n^2 + b_n^2) [(k_n M + 4n M_0)^2 + (k_n N + b_n M_0)^2] - (4Z_n/\pi)^2 (M^2 + N^2) k_n + (4n M + b_n N) M_0^2$$

$$M = M_0 + 2\pi r_0 a_n, M_0 = -m\omega^2 + E_p S \beta_n^2, N = 2\pi r_0 b_n, \alpha_n = a_n + ib_n.$$

$$\tan \phi_n = \frac{(-1)^{n-1} \left[\frac{4Z_n}{\pi} (a_n M + b_n N) - b_n M_0 k_n Y_n \right]}{(-1)^{n-1} \left[\frac{4Z_n}{\pi} b_n M_0 + (4n M + b_n N) k_n Y_n + (a_n^2 + b_n^2) M_0 Y_n \right]} \dots\dots (10)$$

さらに見かけの土の抵抗係数 α'_n は次式で定義される。

$$\alpha'_n = \alpha_n - \alpha_n (M + iN) Y_n e^{-i\phi_n} / \left[\frac{2P}{H} (-1)^{n-1} + 2\pi r_0 \alpha_n Y_n e^{-i\phi_n} \right] \dots\dots (11)$$

次に図-2のような群杭を考える。隣接杭の影響を全て重ね合わせ

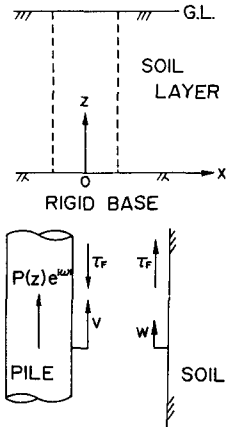


図-1 土と杭の概略図

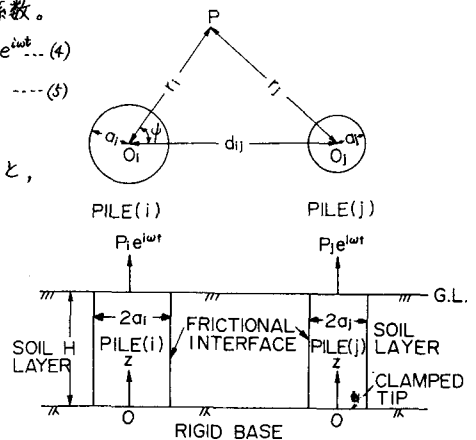


図-2 群杭モデルと諸元

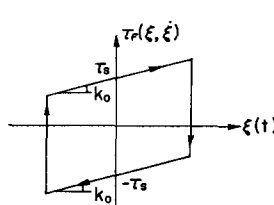


図-3 摩擦応力

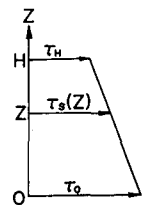


図-4 すべり応力分布

せると、 i 杭について $w^{(i)} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^m A_n^{(i)} \bar{K}_0(\beta_n d_{ij}) \sin(\beta_n z) \dots (12)$, $\tau^{(i)} = -(\mu_0/\mu) \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{j=1}^m A_n^{(i)} \beta_n \bar{K}_1(\beta_n d_{ij}) \sin(\beta_n z) \dots (13)$

ただし、 $\bar{K}_0(\beta_n d_{ij}) = K_0(\beta_n d_{ij})$ for $i=j$; $\frac{1}{\pi} \int_0^\pi K[\beta_n r_j(\alpha_i, \phi)] d\phi$ for $i \neq j$, および $\bar{K}_1(\beta_n d_{ij}) = K_1(\beta_n d_{ij})$ for $i=j$; $\frac{1}{\pi} \int_0^\pi K[\beta_n r_j(\alpha_i, \phi)] d\phi$ for $i \neq j$.

3. 数値計算例 $D_0 = D_3 = 0.02$, $v_2/v_3 = 2$, $\tau_0/\mu = 0.01$, $\tau_H/\tau_0 = 0.5$ および $p_0 = 0$ とし、全ての杭は同じ諸元を持ち、対称に配置されている場合を対象にしているの、各杭の抵抗係数は同一になり、 $\alpha_n = (\mu_0/\mu) \sum_{i=1}^m \delta_n \bar{K}_1(\beta_n d_{ii}) / \sum_{i=1}^m K_0(\beta_n d_{ii})$ として計算される。外力が図-5の限界荷重を越すと、図-6の見かけの土の抵抗係数 α'_n は急速に低下し、土の支持力は急速に失われる。図-9より、比較的細長い杭のすべりは、振動数にほとんど依存しないで、図-10の杭頭剛性より、当然のこと

ながら、すべりした杭ほど安全である。

参考文献 1) 秋吉忠、昭和55年度土木学会西部支部発表会、No. 29, 2) T. Nagami and N. Novaki, J. Earthq. Engng. Struct. Dynamics, Vol. 4, pp. 277-293 (1976), 3) W. D. Iwan and I-Min Yang, J. Appl. Mech., ASME, Vol. 39, Ser. E, No. 2, pp. 546-550 (1972)

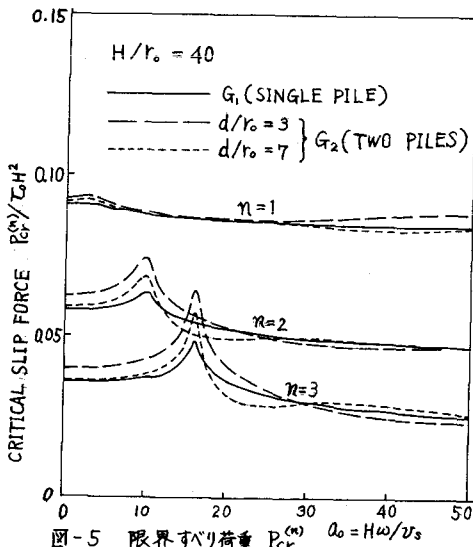


図-5 限界すべり荷重 P_{cr} $\alpha_0 = H\omega/v_s$

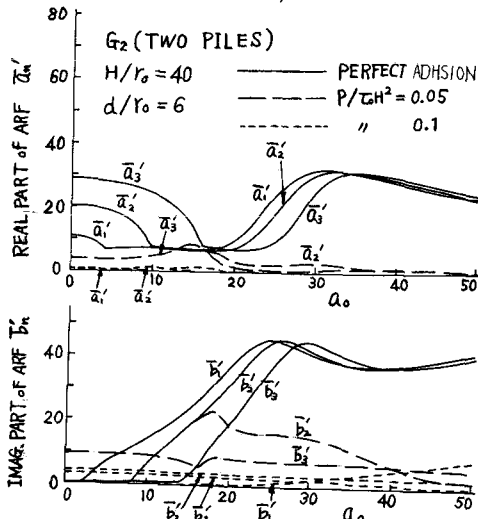


図-6 見かけの抵抗係数 (ARF) $\alpha'_n = \alpha'_n + i\beta'_n$

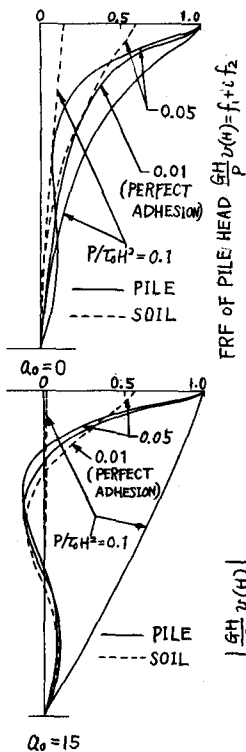


図-7 鉛直変位分布

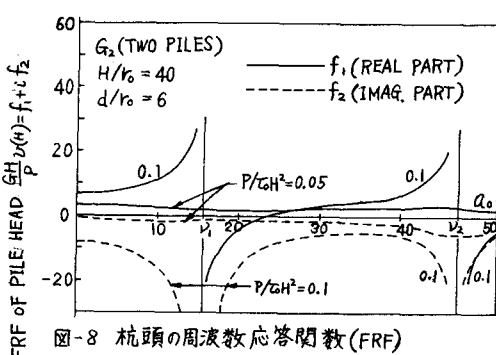


図-8 杭頭の周波数応答関数 (FRF)

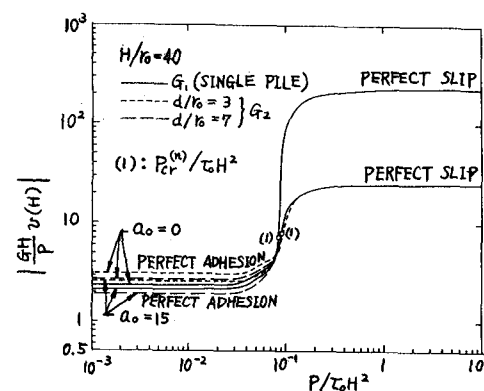
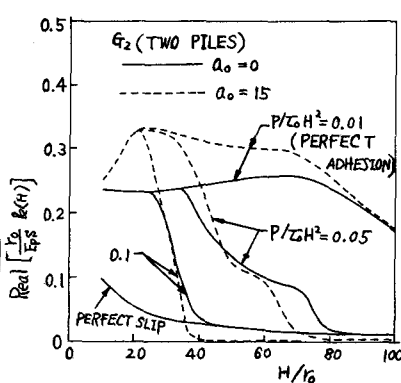


図-9 杭頭変位の絶対値

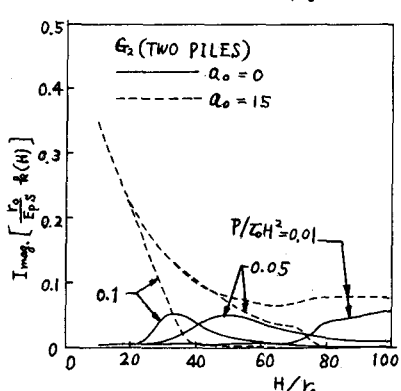


図-10 杭頭剛性