

北海道大学 工学部○学生員 勝 海 務

北海道大学 工学部 正 員 能 町 純 雄

北海道大学 工学部 正 員 角 田 与史雄

1. まえがき

高さにくらべて底面の幅が大きな構造物の振動はほとんどせん断振動が優先する、ということが知られている。本研究においては、ロックフィルダム等三角形の断面を有する粒状体構造物を変断面せん断ばりと考えてモデル化した。またこのような粒状体より成る媒体では、弾性係数が平均応力の $1/3 \sim 1/2$ 乗に比例することが確かめられている。この性質を取り入れて、粒状体より構成されている三角形断面構造物の水平振動を、同一水平面上の水平変位は一定であるという仮定と任意点の圧力はその上の構造物重量に等しいという仮定を設け、力のつり合い方程式を立てて先づその振動性状を検討し、しかる後に調和水平加速度が入力するときの応答を計算するものである。さらに、平均せん断弾性係数を求めて、全断面が一様であるとした場合の周知の計算結果との比較も試みた。

2. 解析方法

図-1 に示すように頂点0からxの深さにおける圧力分布 p_i は上方の重量に等しく、せん断弾性係数は

$$G = G_0 \quad p_i = G_0 \left(\rho x \frac{b_i - y}{b_i} \right)^n \quad (i = 1, 2) \quad \dots \dots (1)$$

ここで n は定数であり

$n = 1, 1/2, 1/3$ の値を用いる。

またこのときのせん断応力は

$\tau = G \partial u / \partial x$ で表わされる。

$b_1 \sim b_2$ 上におけるせん断力と慣性力のつり合いから

$$\frac{G_0 \rho}{n+1} \frac{\partial}{\partial x} \left(x \frac{\partial u}{\partial x} \right)^{n+1} = \rho x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \dots \dots (2)$$

これがダムの振動を求める微分方程式である。

いま、変位を $u = U(x) \sin \omega t$ とおいて (2) 式に代入し、平均応力 p の指数 $n = 1$ とすると、固有振動形 $U(x)$ は次式ようになる。

$$U_1(x) = x^{-1/2} J_1 \left(\omega \sqrt{\frac{8x}{G_0}} \right) \quad \dots \dots (3.1)$$

$$U_2(x) = x^{-1/2} \left\{ J_1 \left(\omega \sqrt{\frac{8x}{G_0}} \right) Y_1 \left(\omega \sqrt{\frac{8x}{G_0}} \right) - Y_1 \left(\omega \sqrt{\frac{8x}{G_0}} \right) J_1 \left(\omega \sqrt{\frac{8x}{G_0}} \right) \right\} \quad \dots \dots (3.2)$$

ここで U_1, U_2 の添字 1, 2 はそれぞれ三角形断面の場合、頂点 0 から h までの部分を切り除いた台形断面の場合を示す。また $n = 1/2$ のときは (case1)

$$U_1(x) = x^{-1/4} J_{1/3} \left(\omega \sqrt{\frac{8(\rho x^3)}{3 G_0}} \right)^{1/2} \quad \dots \dots (4.1)$$

$$U_2(x) = x^{-1/4} \left\{ J_{1/3} \left(\omega \sqrt{\frac{8(\rho x^3)}{3 G_0}} \right)^{1/2} Y_{1/3} \left(\omega \sqrt{\frac{8(\rho x^3)}{3 G_0}} \right)^{1/2} - Y_{1/3} \left(\omega \sqrt{\frac{8(\rho x^3)}{3 G_0}} \right)^{1/2} J_{1/3} \left(\omega \sqrt{\frac{8(\rho x^3)}{3 G_0}} \right)^{1/2} \right\} \quad \dots \dots (4.2)$$

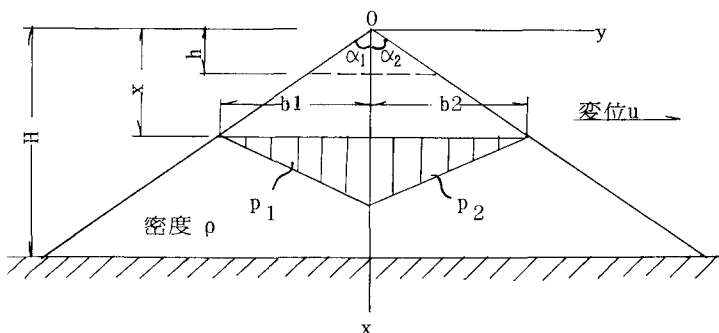


図-1

$n=\frac{1}{3}$ のときは

$$U_1(x)=\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}\frac{J_{\frac{4}{3}}(\omega\sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{\rho^2x^5}{G_0}})}{\sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{\rho^2x^5}{G_0}}} \dots\dots\dots (5.1)$$

$$U_2(x)=\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}}\left\{J_{\frac{4}{3}}(\omega\sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{\rho^2x^5}{G_0}})Y_{\frac{4}{3}}(\omega\sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{\rho^2H^5}{G_0}})-Y_{\frac{4}{3}}(\omega\sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{\rho^2x^5}{G_0}})J_{\frac{4}{3}}(\omega\sqrt[3]{\frac{4}{3}\frac{\rho^2H^5}{G_0}})\right\} \dots (5.2)$$

なる式で表わされる。なお、 $n=1$ において応答の倍率を A_j とすれば、変位応答、加速度応答は次式
 のようになる。

$$u_M=\left\{\sum_j^2A_j^2U_j^2(x)\right\}^{\frac{1}{2}}, \quad \ddot{u}_M=\left\{\sum_j^2A_j^2U_j^2(x)(\omega_j^4+4\omega_j^2h_j^2)\right\}^{\frac{1}{2}}$$

3. 数値計算

$n=1$ の場合には (3.1), (3.2) 式より境界条件から固有
 値は表-1 の通りである。正弦波入力による応答波形の一
 部は図-2 に示す。(a)は case1 のダム頂($x=0$)における
 変位応答、(c)はダム底($x=H$)におけるせん断応答を表わし、
 (b)、(d)はそれぞれ case2 の応答を表わしている。case2
 では $h:H=1:10$ とした。(a)、(c)においてピークがほ
 とんど T_1 に集中して顕著に現われているのに対し、(b)、
 (d)は最大ピークが T_1 で現われ T_2, T_3 におけるピークが
 それに次いで現われている。

また(1) 式の G と等積な平均せん断
 弾性係数

$$G_{eq}=\frac{2}{3}G_0\rho H \quad (n=1)$$

を求め、従来の一様な $G=一定$ による
 方法に適用させた場合の固有値を表-1
 に T_j' として示した。これを case1 の
 T_j と比較すると、 G_{eq} を用いた値 T_j'
 の方が多少小さいことが分る。このこと
 から媒体内の上部と下部の剛性の違いが
 振動モードにかなり影響を及ぼしている
 と考えられる。 $n=\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ における平均
 せん断弾性係数もまた次式より求められ
 る。

$$G_{eq}=\frac{16}{15}G_0\rho^{\frac{1}{2}}H^{\frac{1}{2}} \quad (n=\frac{1}{2})$$

$$G_{eq}=\frac{9}{7}G_0\rho^{\frac{1}{3}}H^{\frac{1}{3}} \quad (n=\frac{1}{3})$$

4. あとがき

$n=1$ の場合についてのみ述べたが、現
 在 $n=\frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ に関して応答解析を行ない、
 さらに G_{eq} との比較、 n 値による比較に
 ついても研究を進めているところである。
 その詳細と計算例については当日報告し
 たい。

参考文献

- 1) 岡本舜三：耐震工学 オーム社
- 2) 小坪清真：土木振動学 森北出版

表-1 固有値

固有周期(sec)		減衰定数	固有周期
case1	case2		(sec)
$T_1:4.638$	4.465	$h_1=0.04$	$T_1'=3.200$
$T_2:2.533$	2.256	$h_2=0.08$	$T_2'=1.394$
$T_3:1.747$	1.414	$h_3=0.12$	$T_3'=0.889$
$T_4:1.334$	1.137	$h_4=0.16$	$T_4'=0.653$
$T_5:1.079$	0.895	$h_5=0.20$	$T_5'=0.515$
$T_6:0.906$	0.737	$h_6=0.24$	$T_6'=0.426$
	$\times H/G_0$		$\times H/G_0$

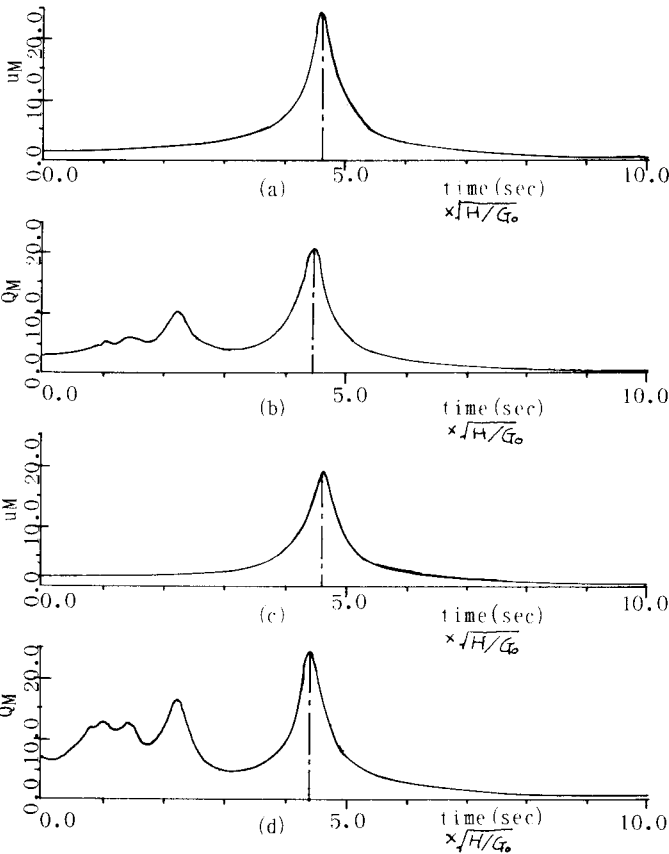


図-2 正弦波入力による応答