I-264　半無限地盤－構造物系の動的解析への積分方程式法の適用

京都大学工学部　学生員　木下　雅敬
京都大学工学部　正員　小林　昭一
京都大学工学部　正員　西村　直志

1、はじめに

積分方程式法は境界値問題において有効な数値解析法として数多くの分野に適用されて来た。本研究においては、半無限地盤－構造物系にP波およびS波が入射した際の定常状態の応答を積分方程式法を用いて数値解析を行う。この時、次の３つの項目に注目し、このモデルへの積分方程式法の適用を検討する。

(i)影響係数を計算する際、波数が小さいような場合にはケタ落ちが起ることがあり、この対策を考える。

(ii)半無限弾性板に平面波が入射した時の平面反射波は解析的に求められるので、この結果を用いることによって解の精度向上を計る。

(iii)半無限地盤に積分方程式法を適用する際、無限遠にまで及ぶ表面積分を行わねばならないが、従来では有限のところで切ってしまいそれ以遠の影響を無視して来たが、そのことの妥当性を検討する。

2、定式化

Somiglianaの積分方程式によれば次式が成り立つ。

$$F(x)u_k(x)=\int_S\left\{\Gamma_k^{(i)}(x,y)t_i(y)-u_i(y)\Gamma_{Ik}^{(i)}(x,y)\right\}dS(y)\qquad F(x)=\begin{cases}1 & x\in D\\ 1/2 & x\in S\\ 0 & x\notin D,\ x\notin S\end{cases}\qquad -(1)$$

$u_k(x)$, $t_k(x)$は変位ベクトル，表面力ベクトルであり，$\Gamma_k^{(i)}(x,y)$は２次元弾性定常状態の基本特異解である。

fig1に示す内部領域D_iおよび非内部領域Deについてそれぞれ積分方程式を立てる。このとき非内部領域については反射波が"radiation condition"を満足するとして、反射波について積分方程式を立てる。この非均質場における連結領域S_βにおいては、表面力が釣り合い、変位が連続するという条件が満されなければならない。

$$\begin{cases}t_R(\beta_1)+t_I(\beta_1)=-t(\beta_2)\\ u_R(\beta_1)+u_I(\beta_1)=u(\beta_2)\end{cases}\qquad -(2)$$

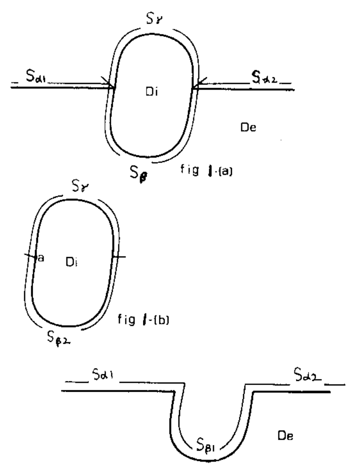

fig 1-(a)
fig 1-(b)
fig 1-(c)

この条件(2)を用いて内部問題と非内部問題を連立させた連立方程式を解くことにより、境界における変位ベクトル、表面力ベクトルを求めることができ、またその値を用いて、式(1)より領域内部における変位および応力を求めることができるわけである。

3、半無限地盤への適用

(i)ケタ落ち対策

基本特異解$\Gamma_k^{(i)}(x,y)$は次式のように求められている。

$$\Gamma_k^{(i)}(x,y)=i/4\mu\left[H_0^{(1)}\delta_{ik}-\frac{1}{\xi_2^2}\partial_i\partial_k\{H_0^{(1)}(\xi_1 r)-H_0^{(1)}(\xi_2 r)\}\right]\qquad -(3)$$

$H_0^{(1)}$：第１種０次のHankel関数，$r=|x-y|$，$\xi_1=\omega/c_1$，$\xi_2=\omega/c_2$

この式のHankel関数を計算する際に、０次，１次のNeumann関数を次式のように分解する。

$$Y_0(z)=\frac{2}{\pi}\left(\log\frac{z}{2}+\gamma\right)+\left[\frac{2}{\pi}\left(\log\frac{z}{2}+\gamma\right)(J_0(z)-1)-\frac{2}{\pi}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{(-1)^m}{(m!)^2}\phi(m)\left(\frac{z}{2}\right)^{2m}\right]\qquad -(4)$$

$$Y_1(z)=\frac{z}{\pi}\left(\log\frac{z}{2}+\gamma\right)-\frac{2}{\pi z}+\left[\frac{2}{\pi}\left(\log\frac{z}{2}+\gamma\right)\left(J_1(z)-\frac{z}{2}\right)-\frac{1}{\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(-1)^m}{m!(m+1)!}\{\phi(m)+\phi(m+1)\}\left(\frac{z}{2}\right)^{2m+1}\right]\qquad -(5)$$

(4)，(5)式を用いて(3)式を計算してやれば、(3)式から$\frac{1}{\xi r}$の項が消去される。波数が小さいとき、この$\frac{1}{\xi r}$の項が

ケタ落ちの原因となるため、この計算により、ケタ落ちを防ぐことができる。fig 3 (a),(b)は同じモデルを、ケタ落ち対策を施していない方法と施した方法とで解析したものであるが、これを見ればケタ落ち対策を施した(b)と施していない(a)とでは全く異った変形挙動を示していることがわかる。このように上述のケタ落ち対策が非常に有効であることがわかる。

(ii)平面反射波

半無限弾性板に平面波が入射した場合の平面反射波は解析的に容易に求めることができる。そこで半無限地盤に構造物が載ったようなモデルではこの結果を用い、平面入射波と平面反射波を除いた、構造物があるために起る攪乱分の反射波 (u_R', t_R') について積分方程式を立てようというのである。このようにすれば解の積分方程式によって含められる部分が小さくなり、解の精度が向上するであろうと考えられる。fig4 は鉛直下方から P波が入射した場合の解析結果であるが、従来の反射波全体に積分方程式を立てた方法の(a)と、上述の方法を用いた(b)とを比べれば、(b)の方が明らかに正解に近い値を示していることがわかる。

(iii)半無限要素

半無限の基本解が十分遠くではレイリー波になっていることはよく知られているが、このことより(ii)で述べた反射波 (u_R', t_R') は、構造物から十分離れたところでレイリー波になっていると考えられる。すると fig 2 に示すように S_{d2} 上の最も端の要素Nの代表点O以遠の変位ベクトルは、$\underset{\sim}{u}_R' = \underset{\sim}{u}_N e^{ik_R x_1} \cdot H(x_1)$ で表わせると考えられる。S_{d2} 上では $t_R'=0$ であるからO点以遠の影響は二重層ポテンシャルのみを考えればよく

$$\int_0^\infty \overline{T}_I \underset{\sim}{u}_R' \, dx_1 = \int_0^\infty \overline{T}_I e^{ik_R x_1} dx_1 \cdot \underset{\sim}{u}_N \qquad -(6)$$

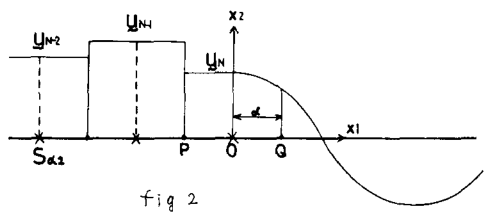

fig 2

(6)式はそのまま積分すれば非常に収束が遅いが、フーリエ変換等を用い変形してやると、被積分関数が無限遠で指数的となり、ラゲールの積分公式を用いて正確に計算できるようにすることができる。こうして今まで有限のところまでしか表面積分を考えていなかったのが、それ以遠の影響を考慮に入れることができる。この方法によって解析を行なったところ、従来の有限で切ってしまって解析した場合とほとんど変らず、従来の方法の妥当性が言える。詳細は当日発表する予定である。

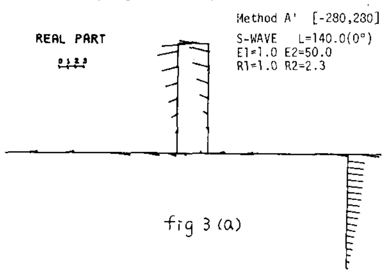

fig 3 (a)

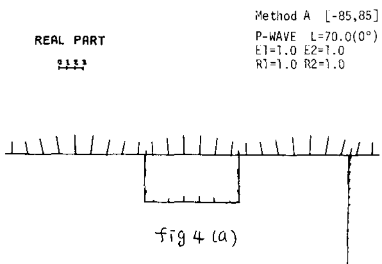

fig 4 (a)

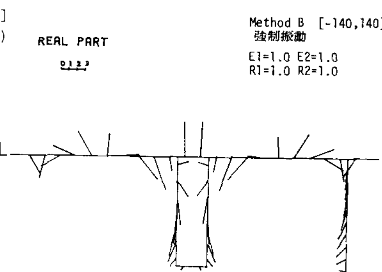

fig 5 (a)

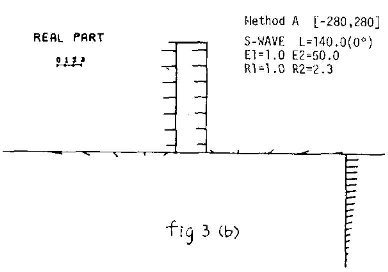

fig 3 (b)

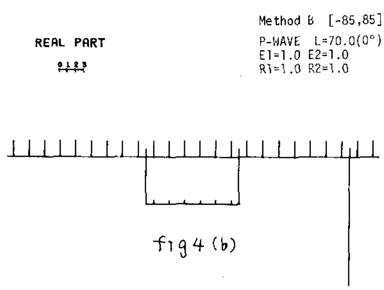

fig 4 (b)

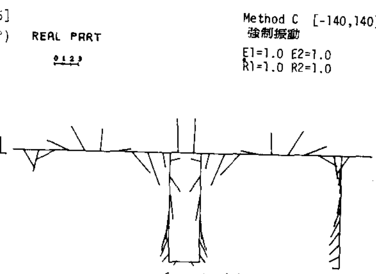

fig 5 (b)