

京都大学 防災研究所 正員 〇佐藤 忠信

U.C. Berkeley, C.E.

A. D. Kiureghian

1. まえがき 本研究は地盤の震動解析をモード解析法に基づいて行う場合に問題になる減衰定数の取り扱いについて述べたものである。地盤を構成している土の減衰特性が弾性係数に比例的であれば、正規モードによって運動方程式は非連成化されるので、応答スペクトルを用いて地盤の震動特性を評価できる。しかしながら土はせん断ひずみに依存する履歴形減衰特性を示すため、一般にはモード間の連成が起り、応答スペクトルを利用して系の最大応答値を推定することは不可能になる。こうした解析でなく用いられる方法は、連成化している減衰マトリックスの対角要素のみをモードの減衰項として取り、非対角要素を無視する方法である。これは系の減衰が小さく、系の固有振動数が分散している場合には有効であるが、減衰定数が数パーセントになる地盤の震動解析を行う場合や、固有振動数が近接しているような場合にはモードの減衰定数を低めに評価することになる。ここでは、非比例減衰係数マトリックスから、正規モードの減衰定数を推定するための合理的な方法を提案し、実際の地盤の震動解析に適用した例を示す。

2. 減衰マトリックスの対角化 図1に示すように、深さ方向に密度 ρ 、せん断弾性係数 μ ならびにせん断粘性係数 ν が任意の分布を示す地盤を考える。基盤層における水平加速度 $\ddot{u}_g$ が与えられるとすれば、系を支配する運動方程式は次式で与えられる。

$$\rho(z) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho(z) \ddot{u}_g = \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu(z) \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (1)$$

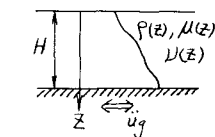


図1 地盤構成

いま、式(1)に対する系の正規モードが n 次の固有振動数 ω_n に対し $\phi_n(z, \omega_n)$ で与えられるものとすれば、規準座標 $S_n(t)$ で表わした運動方程式は次式で与えられる。

$$\ddot{S}_n + \sum_z \lambda_{ne}^* \omega_e \dot{S}_e + \omega_n^2 S_n = -f_n \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} f_n &= \frac{1}{\beta_n} \int_0^H \phi_n(z, \omega_n) dz \ddot{u}_g, \quad \beta_n = \int_0^H \phi_n^2(z, \omega_n) dz \\ \lambda_{ne} &= \frac{\omega_n}{\beta_n} \int_0^H \phi_n(z, \omega_n) \left\{ \frac{\nu(z)}{\mu(z)} \right\} \phi_e(z, \omega_e) dz \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

一般には $\nu(z)$ が非比例減衰特性(弾性係数に比例しない)を示すため、式(2)ではモード間の連成が生じている。いま、これを何らかの形で対角化できれば、次式で表わす。

$$\ddot{S}_n + \lambda_{nn} \omega_n \dot{S}_n + \omega_n^2 S_n = -f_n \quad (4)$$

式(2)と式(3)の2乗平均誤差の期待値は $E[e^2] = E \left[\left(\sum_z \lambda_{ne}^* \omega_e \dot{S}_e - \lambda_{nn} \omega_n \dot{S}_n \right)^2 \right]$ と表わすことができる。これを λ_{nn} に対して最小化すれば、 λ_{nn} の最適値として次式を得る。

$$\lambda_{nn} = \frac{\sum_z \lambda_{ne}^* \omega_e E[\dot{S}_n \dot{S}_e]}{\omega_n E[\dot{S}_n^2]} = \frac{\sum_z \lambda_{ne}^* \lambda_{ze} \omega_e}{\lambda_{z,nn} \omega_n} \quad (5)$$

いま、定常過程を考えれば、 $\lambda_{z,ne}$ は相互スペクトルの2次のモーメントであり、固有振動数 ω_n, ω_e 、固有減衰定数 λ_n, λ_e ならびにそれぞれに対する応答スペクトル $S_T(\omega_n, \lambda_n), S_T(\omega_e, \lambda_e)$ の関数である。^{*}

$$\lambda_{z,ne} = f \{ \omega_n, \omega_e, \lambda_n, \lambda_e, S_T(\omega_n, \lambda_n), S_T(\omega_e, \lambda_e) \} \quad (6)$$

3. 土の非線形性 土の応力-ひずみ関係としては種々のものが考えられるが、取り扱いの簡単なHardin等の提案している双曲線形のものを用いた。

$$\frac{\mu}{\mu_1} = \frac{1}{1+\alpha\gamma_0}, \quad \frac{S}{S_m} = \frac{\alpha\gamma_0}{1+\alpha\gamma_0}, \quad \alpha = \frac{\mu_1}{\tau_f}, \quad \frac{\nu}{\omega} = \frac{2S}{\omega} \quad (7)$$

ニニに、 γ_0 は地盤内に発生しているせん断ひずみの振幅、 μ_1 は初期せん断弾性係数、 S_m はせん断ひずみ振幅が無限大になったときの材料減衰定数、 α は土の非線形パラメータ、 τ_f はせん断強度、 ω は平均周波数である。地盤が調和振動している場合には γ_0 として地盤内に発生しているせん断ひずみ振幅を用いて μ を S に γ_0 を推定できるが、地盤が不規則振動をする場合には γ_0 を一義的に決定することができない。しかしながら、ひずみの極値分布 $p(\sigma_y, \gamma_0)$ が与えられたとすれば、等価なせん断弾性係数 μ に材料減衰定数 S をひずみの分散 σ_y の関数として次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mu(\sigma_y) &= \int_0^\infty \mu(\gamma_0) p(\gamma_0, \sigma_y) d\gamma_0 \\ S(\sigma_y) &= \int_0^\infty S(\gamma_0) p(\gamma_0, \sigma_y) d\gamma_0 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$p(\sigma_y, \gamma_0)$ としてはゼロ平均値のガウス過程のものを用いた。式(8)を式(7)の第4式に代入し、式(3)を用いて、減衰係数マトリックス $\mathbf{h}_{ne}^*$ を求めることができる。さらに式(5)、(6)を用いて、非連続系のモード減衰定数を推定することができる。

4. 数値計算例 上述した解析法を用い、地盤の震動解析を行ない地盤内に発生する最大応答値の推定を行った。用いた応答プログラムには McGuire が提案したものをを用いた：

$$S_T(\omega) = a(\omega) 10^{b(\omega)M} (\Delta + 25)^{-c(\omega)} \quad (9)$$

ニニに、 a, b, c は固有振動数 ω の関数であり、実地震動に基づいた解析が求まるものである。 M は地震のマグニチュード、 Δ は震央距離である。

モードの減衰定数がどの程度の値になるかは、地盤の震動解析を行う場合の重要な要因である。図2に示すようなせん断波速度分布 C_s と非線形パラメータ α の分布を持つ2層地盤を考慮、モードごとの減衰定数が震央距離によってどのように変化するかを示したのが図3である。3回以上の高次モードに対する減衰定数は非常に大きく、4次モードに対しては過減衰が起っている。減衰定数は震央距離にあまり影響をしないことも判明する。震央距離が40 km の場合に5個の印が示されているが、これはモード減衰マトリックスの対角要素のみを用いて求めた結果である。高次モードの減衰が低く見積もられていることが明らかである。図4 は地盤内に発生しているせん断応力とその時間微分の水平方向分布を示した。震央距離40, 80, 120, 160 km に対してプロットしたもので、各々地表面の最大速度応答の平均値で正規化されている。この図から明らかになるように、正規化した分布図は震央距離によらずほぼ一つの曲線で表現できることがわかる。

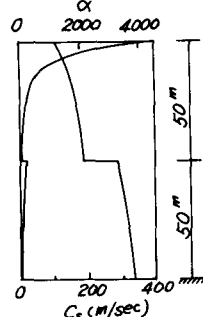


図-2 地盤定数

図3に示すように、3回以上の高次モードに対する減衰定数は非常に大きく、4次モードに対しては過減衰が起っている。減衰定数は震央距離にあまり影響をしないことも判明する。震央距離が40 km の場合に5個の印が示されているが、これはモード減衰マトリックスの対角要素のみを用いて求めた結果である。高次モードの減衰が低く見積もられていることが明らかである。図4 は地盤内に発生しているせん断応力とその時間微分の水平方向分布を示した。震央距離40, 80, 120, 160 km に対してプロットしたもので、各々地表面の最大速度応答の平均値で正規化されている。この図から明らかになるように、正規化した分布図は震央距離によらずほぼ一つの曲線で表現できることがわかる。参考文献*) A.D. Kiureghian, Report No. UCB/EERC 80/15, June 1980

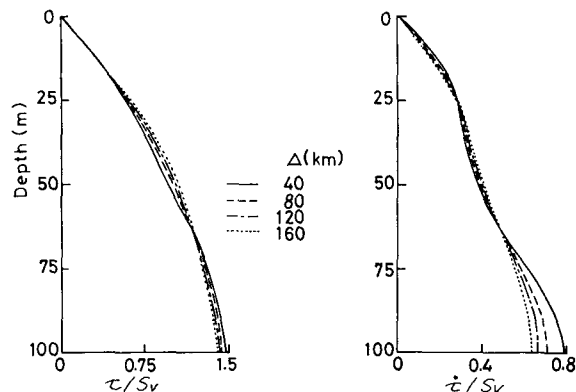


図-4 せん断応力とその時間微分の水平方向分布

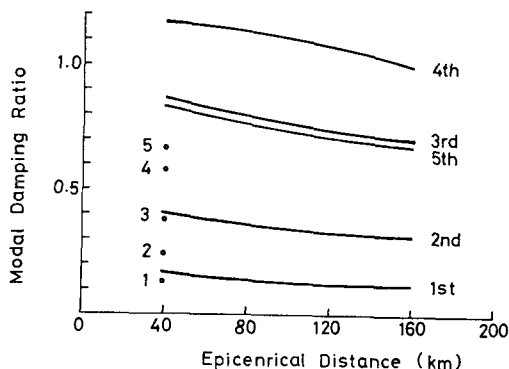


図-3 モードごとの減衰定数